

DOI:10.16136/j.joel.2023.11.0781

量子相干优化量子电池的充电性能

李海*, 陈笑添, 郝亚明

(山东工商学院 信息与电子工程学院, 山东 烟台 264005)

摘要:探索如何利用量子相干实现量子电池 (quantum battery, QB) 性能优化是有趣的实际问题。本文构建了一多能级量子系统在相干辅助库下充电的 QB 模型。基于碰撞模型框架, 推导了弱相互作用下 QB 演化的量子主方程 (quantum master equation, QME), 并借助 Ket-Bra 纠缠态方法求得 QME 的解。结合数值模拟, 分析了辅助库中量子相干 (相干强度和相干相位) 对 QB 最大可提取功的影响; 揭示了在一定条件下量子相干可扮演 QB “燃料” 的角色——有效提升 QB 的充电性能。

关键词:量子电池 (QB); 量子相干; 量子主方程 (QME); 最大可提取功

中图分类号: O413 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-0086(2023)11-1129-06

Optimizing charging performance of quantum battery via quantum coherence

LI Hai*, CHEN Xiaotian, HAO Yaming

(College of Information and Electronic Engineering, Shandong Technology and Business University, Yantai, Shandong 264005, China)

Abstract: It is an interesting and practical problem to explore how to optimize the performance of quantum battery (QB) via quantum coherence. A QB model of a multi-level quantum system charged in a coherent auxiliary bath is constructed in this paper. Within the framework of collision model, the quantum master equation (QME) of QB charging in weak interaction regime is derived, and the solution of QME is obtained by the Ket-Bra entangled state method. Combining with numerical simulations, the influences of quantum coherence (the coherence magnitude and the coherence phases) on the maximal extractable work of QB are analyzed. It is revealed that quantum coherence, under certain conditions, can play the role of QB's "fuel" to effectively improve the charging performance of QB.

Key words: quantum battery (QB); quantum coherence; quantum master equation (QME); ergotropy

0 引言

科技的进步正不断推动各类系统快速地朝小型化方向发展。当前, 对纳米甚至更小的分子、原子尺度量子系统的操控已成为现实, 并在信息处理^[1]、能量调控与利用^[2-4]等众多方面具有重要的应用价值。电池作为一类储能器件在人类科技与社会生活中扮演着举足轻重的作用。开发便携、大容量和快充电池是科研工作者追求的主要目标。2013年, ALICKI等^[2]首次提出了量子电池 (quantum battery, QB) 的概念 (通过量子操控实现

对量子系统的能量存储), 并验证了通过全局纠缠操作多量子比特系统能够从系统获取比局域独立操控各量子比特更多的可提取功。此后, 学者们考虑了不同量子系统, 如腔 QED (cavity quantum electrodynamics) 系统^[5]、自旋链^[6]、里德堡原子^[7]以及谐振子^[8]等构造的 QB 模型, 并对其充电性能, 如电池的最大可提取功、充电功率和效率等^[9-11]进行了研究。不过, 前期的多数研究工作主要集中于 QB 执行孤立充电的情形^[12]。最近, BARRA^[9]研究了单量子比特电池系统在热耗散库下的充电动力学行为, 激发了人们对开放环境

* E-mail: shenghuo2003@126.com

收稿日期: 2022-11-16 修订日期: 2023-02-26

基金项目: 国家自然科学基金 (11547036) 和烟台市科技创新发展计划基金项目 (2022JCYJ044) 资助项目

下 QB 充电的关注。例如,通过与相邻原子或外部驱动场的相互作用研究电池的充电过程^[12]; SEAH 等^[10]讨论了一多能级量子系统为电池在相干单量子比特为辅助单元的库下执行碰撞充电的特征,并展示了量子相干能加速 QB 的充电速度。徐凯等^[13]通过构造双层环境(double-layer environment)下 QB 充电动力学模型,探索了 QB 在复杂环境下充电的优化方案。此外, QB 在实验上也获得了重要进展。近期, QUACH 等^[14]在实验上展示了采用有机荧光分子实现嵌入微腔的二能级 QB 模型的功能; GEMME 等^[15]测试了 IBM 量子芯片(quantum chips)扮演 QB 的角色,并分析了实现充电时间与能量存储间最佳折衷的优化调控方案。量子相干作为量子系统独有的特征,尽管在量子通讯、量子计算以及热传输等许多领域中被证实能够发挥重要作用,但是,它能在不同 QB 模型中扮演怎样的角色?特别是,相干相位会对 QB 有怎样的影响?这些问题尚未得到充分研究,值得进一步探索。

本文考虑了一个多能级量子系统为 QB 在相干二能级原子对为辅助单元的库下执行充电的方案;着重研究辅助库(或辅助单元)中的量子相干对 QB 充电性能的影响。在碰撞充电框架下,推导了刻画 QB 充电演化过程的量子主方程(quantum master equation, QME),并借助 Ket-Bra 纠缠态方法^[16]求得 QME 的解。结合数值模拟,分析了充电过程中辅助单元的量子相干,包括相干强度和相位对电池最大可提取功的影响。研究发现:在充电过程中 QB 最大可提取功不仅与辅助单元的相干强度有关,而且也受辅助单元中两原子的相干相位差(简称“相位差”)的影响。具体地,在 QB 充电过程中,因量子相干的参与, QB 的最大可提取功能够表现出震荡行为,且第一峰值总是最大的(远高于稳态值)。不过,通过增加辅助单元中两原子的相位差, QB 最大可提取功的震荡能够得到抑制(震荡变缓)。当辅助单元中两原子处于反相(相位差最大)时,充电过程中的震荡行为完全消失,此时电池变为单调充电模式(与无相干热辅助库下电池充电特征相同)。目前,利用相位差调控 QB 充电特征的这一有趣现象还未见报道。此外,文中展示了:在特定条件下辅助环境的量子相干能够充当 QB 的“燃料”以提升电池的容量(稳态最大可提取功)。

1 模 型

这里考虑一个 $N+1$ 能级的 QB 系统,在大量相干二能级原子对 $\{A_i\}$ (辅助单元)构成的非平衡环境

下执行碰撞充电(如图 1 所示)。在碰撞充电方案中,通常假设环境中的每个辅助单元仅与电池作用(碰撞)一次,且每次仅允许一个辅助单元与电池作用^[9,10]。此条件下, QB 充电过程为无记忆的马尔科夫演化过程。经过足够长时间(或许多次碰撞)充电后电池将达到稳态(电池满充或饱和),充电结束。

假设 QB 能级等间距分布,其哈密顿量可写为:

$$H_B = \sum_{n=0}^N E_n |n\rangle\langle n|, \tag{1}$$

式中, $E_n = nE_b, n \in [0, 1, 2, \dots, N], E_b$ 代表相邻能级间距(能量差)。考虑辅助库中的各辅助单元相同且均由两个相互独立的二能级原子组成,其哈密顿量可表示为:

$$H_A = \sum_{i=e,g} E_i (|i_1\rangle\langle i_1| + |i_2\rangle\langle i_2|), \tag{2}$$

式中, $|e_j\rangle(|g_j\rangle), j=1, 2$, 表示辅助单元中第 j 个二能级原子的激发(基)态,相应的本征能级为 $E_e(E_g)$ 。

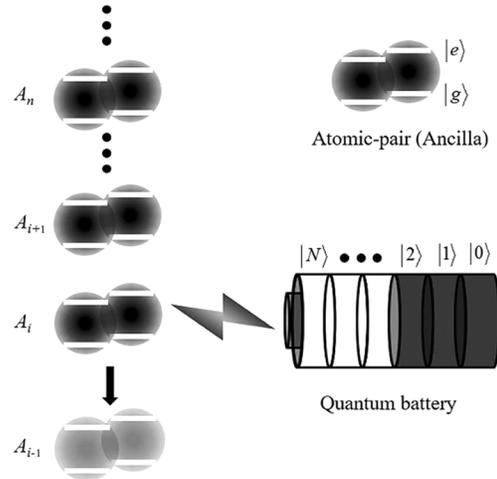


图 1 量子电池充电示意图

Fig. 1 Charging diagram of quantum battery

考虑 QB 在充电过程中与辅助单元间的相互作用为:

$$V = \sum_{j=1}^2 \lambda_j (\sigma_j^+ A + \sigma_j^- A^+), \tag{3}$$

式中, $\lambda_j (j=1, 2)$ 代表电池系统和辅助单元中第 j 个原子之间的耦合强度(方便起见,设 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$); $\sigma_j^+ = |e_j\rangle\langle g_j|$ ($\sigma_j^- = |g_j\rangle\langle e_j|$) 和 $A^+ = \sum_{n=1}^N |n\rangle\langle n-1|$ ($A = \sum_{n=1}^N |n-1\rangle\langle n|$) 分别表示第 j 个原子和电池系统的升、降算符。因此,在每次碰撞充电中, QB 和单个辅助单元总的演化哈密顿量为:

$$H_{tot} = H_B + H_A + V. \tag{4}$$

这里容易验证:QB 与辅助单元的相互作用 V 与它们的自由哈密顿 $H_B + H_A$ 是对易的,即:

$[\mathbf{V}, \mathbf{H}_B + \mathbf{H}_A] = 0$ 。这意味着整个充电过程是能量守恒的。因此,每次碰撞充电对应么正演化算符 $U(\tau)$ 可表示为:

$$U(\tau) = \exp(-i\mathbf{V}\tau) = \begin{pmatrix} 1 - 2\zeta\mathbf{A}\mathbf{A}^+ & -i\sqrt{2\zeta}\mathbf{A} & -i\sqrt{2\zeta}\mathbf{A} & -2\zeta\mathbf{A}\mathbf{A}^+ \\ -i\sqrt{2\zeta}\mathbf{A}^+ & 1 - \frac{1}{2}\zeta\mathbf{A} & -\frac{1}{2}\zeta\mathbf{A} & -i\sqrt{2\zeta}\mathbf{A} \\ -i\sqrt{2\zeta}\mathbf{A}^+ & -\frac{1}{2}\zeta\mathbf{A} & 1 - \frac{1}{2}\zeta\mathbf{A} & -i\sqrt{2\zeta}\mathbf{A} \\ -2\zeta\mathbf{A}^+\mathbf{A}^+ & -i\sqrt{2\zeta}\mathbf{A}^+ & -i\sqrt{2\zeta}\mathbf{A}^+ & 1 - 2\zeta\mathbf{A}^+\mathbf{A}^+ \end{pmatrix}, \quad (5)$$

式中, τ 代表每个辅助单元与电池作用的时长, $\zeta = \theta^2/2 = \lambda\tau$ 称作相互作用强度, $\mathbf{A} = 2(\mathbf{A}^+\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{A}^+)$ 。

考虑辅助库中所有辅助单元初始制备至相同的 ρ_A 态, $\rho_A = \sum_{i,j=1}^4 P_{ij} |i\rangle\langle j|$, ($\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle\}$ 分别对应两原子的完备基 $\{|gg\rangle, |ge\rangle, |eg\rangle, |ee\rangle\}$), 其中 P_{ij} 代表辅助单元密度矩阵 ρ_A 的元素。在非记忆碰撞(马尔可夫)充电过程中, QB 每次碰撞的动力学过程是相似的。因此, 这里考虑其中任意一次碰撞的演化过程。假设在 t_i ($t_i = i\tau$) 时刻, QB 处于 $\rho_B(t_i)$ 态, 与第 $i+1$ 个辅助单元碰撞作用后(即 $t_i + \tau$ 时刻)QB 将演化至:

$$\rho_B(t_i + \tau) = \text{tr}_{A_i} \{U(\tau) [\rho_{A_{i+1}} \otimes \rho_B(t_i)] U^\dagger(\tau)\}. \quad (6)$$

相应地, 第 $i+1$ 个辅助单元也将由初始态 $\rho_{A_{i+1}}$ ($\rho_{A_{i+1}} = \rho_A$) 演化至 $\rho'_{A_{i+1}}$ 并表示为:

$$\rho'_{A_{i+1}} = \text{tr}_B \{U(\tau) [\rho_{A_{i+1}} \otimes \rho_B(t_i)] U^\dagger(\tau)\}. \quad (7)$$

在短时极限 $\tau \rightarrow 0$ 下, 有:

$$\frac{d\rho_B}{dt_i} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\rho_B(t_i + \tau) - \rho_B(t_i)}{\tau}. \quad (8)$$

将方程式(5)和(6)代入式(8)并经过一些简单计算和整理, 可得到 QB 演化的 QME:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_B = & -i\sqrt{2\zeta} [\mathbf{H}_{\text{eff}}, \rho_B] + \\ & 2\zeta(\Gamma_+ \mathcal{D}_1[\mathbf{A}]\rho_B + \Gamma_- \mathcal{D}_1[\mathbf{A}^+]\rho_B) + \\ & 4\zeta(P_{14} \mathcal{D}_2[\mathbf{A}]\rho_B + P_{41} \mathcal{D}_2[\mathbf{A}^+]\rho_B), \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \gamma\mathbf{A} + \gamma^\dagger\mathbf{A}^+$ 为系统的有效哈密顿量且系数为 $\gamma = P_{34} + P_{24} + P_{13} + P_{12}$, $\mathcal{D}_1[\mathbf{O}] \cdot = \mathbf{O} \cdot \mathbf{O}^\dagger - \{\mathbf{O}^\dagger\mathbf{O}, \cdot\}/2$ 和 $\mathcal{D}_2[\mathbf{O}] \cdot = \mathbf{O} \cdot \mathbf{O} - \{\mathbf{O}\mathbf{O}, \cdot\}/2$ 代表系统的耗散项, 耗散系数为: $\Gamma_\pm = 1 + P_{23} + P_{32} \pm (P_{11} - P_{44})$ 。

为清晰地观察辅助环境中量子相干(相干强度和相干相位)对电池的影响, 考虑辅助单元中相互独立的两原子均处于一般的相干态:

$$\rho_A^{(m)} = q_m |g\rangle\langle g| + (1 - q_m) |e\rangle\langle e| +$$

$$c_m \sqrt{q_m(1 - q_m)} [\exp(i\alpha_m) |e\rangle\langle g| + \text{H. c.}], \quad (10)$$

式中, $m = 1, 2$ 表示辅助单元中的第 m 个原子, q_m, c_m 和 α_m 分别表示第 m 个原子的基态布局、相干强度和局域相干相位, 且 $q_m \in [0, 1]$, $c_m \in [0, 1]$, $\alpha_m \in [-\pi, \pi]$ 。为方便, 考虑两原子具有相同的相干强度和布局, 即 $q_1 = q_2 = q$ 和 $c_1 = c_2 = c$ 。辅助单元初始态可表示为直积形式: $\rho_A = \rho_A^{(1)} \otimes \rho_A^{(2)}$ 。此时, 主方程式(9)中相关参数可表示为: $\gamma = c\sqrt{q(1 - q)} [\exp(-i\alpha_1) + \exp(-i\alpha_2)]$, $P_{14} = P_{41}^* = c^2q(1 - q) \exp[-i(\alpha_1 + \alpha_2)]$, $\Gamma_\pm = 1 \pm (2q - 1) + 2c^2q(1 - q) \cos(\Delta\alpha)$ 且 $\Delta\alpha = |\alpha_1 - \alpha_2|$, $\Delta\alpha \in [0, \pi]$ 刻画相位差。考虑到系统在演化过程中双激发过程(对应主方程式(9)中含 P_{14} 的第三项)发生的概率非常小, 通常忽略不计, 因此, 包含于 P_{14} 中的两原子的相位之和 $\alpha_1 + \alpha_2$ 对系统动力学不产生明显影响。然而, 系统耗散系数 Γ_\pm 中的相位差 $\Delta\alpha$ 则是影响系统动力学的一个重要参数。

2 主方程解与最大可提取功

碰撞模型方法(collision models method, CMM)是近年来学者们发展的一类研究量子系统动力学的新方法, 并在量子热机、热传输以及量子信息处理等方面被广泛使用。近期, CMM 也被用于 QB 系统模型中^[9, 10, 17], 研究 QB 的充电动力学行为。通常, 借助刻画电池么正演化的迭代方程(6), 原则上能够得到 QB 在每步充电后的状态(包括满充后的稳态)。但是, 考虑多能级 ($N > 2$) QB 系统在弱相互作用下充电时, 电池到达稳态将需要消耗相当长的时间(对应非常大的循环次数)。这意味着采用前面的迭代演化方案研究弱相互作用下 QB 稳态性能是不可行的。实际上, 对于维数高的 QB 系统, 通过求解 QME(方程式(9))对应的微分方程组, 给出系统的解也是非常困难的。本文采用中国科学技术大学范洪义教授提出的 Ket-Bra 纠缠态方法^[16]能够方便地得到 QME 的解。

Ket-Bra 纠缠态方法求解 QME 的基本思想是: 把形如方程(9)的 QME 转换为薛定谔方程形式, 从而方便地得到 QME 的解。该方法的执行过程如下: 首先, 对于一个由矢量 $\{|m\rangle\}$ 组成的希尔伯特空间 \mathbf{H} , 引入其镜像空间 $\tilde{\mathbf{H}} \in \{|\tilde{m}\rangle\}$, $|\tilde{m}\rangle$ 称为态矢量 $|m\rangle$ 的虚模, 并构造 $\mathbf{H} \otimes \tilde{\mathbf{H}}$ 空间中的一个态: $|\eta\rangle = \sum_m |m, \tilde{m}\rangle$ 称为 Ket-Bra 纠缠态。然后, 将 \mathbf{H} 空间中

的算符 $\mathbf{O} = \sum_{m,n} O_{m,n} |m\rangle\langle n|$ 作用到纠缠态 $|\eta\rangle$ 上, 可将算符 \mathbf{O} 由原 \mathbf{H} 空间转换至 $\mathbf{H} \otimes \tilde{\mathbf{H}}$ 空间, 并满足:

$$\mathbf{O}|\eta\rangle = \sum_{m,n} O_{m,n} |m\rangle\langle n||\eta\rangle = \sum_{m,\tilde{n}} O_{m,\tilde{n}} |m,\tilde{n}\rangle = \tilde{\mathbf{O}}^+|\eta\rangle, \quad (11)$$

式中, $\tilde{\mathbf{O}}^+ = (\sum_{\tilde{m},\tilde{n}} O_{m,\tilde{n}} |\tilde{m}\rangle\langle\tilde{n}|)^\dagger$. 基于以上操作步骤, 原 \mathbf{H} 空间中密度算符 $\rho = \sum_{m,n} \rho_{m,n} |m\rangle\langle n|$ 和降算符 $\mathbf{A} = \sum_{n=1}^N |n-1\rangle\langle n|$ 作用于纠缠态 $|\eta\rangle$ 可得:

$$\rho|\eta\rangle = \sum_{m,n} \rho_{m,n} |m\rangle\langle n||\eta\rangle = \sum_{m,n} \rho_{m,n} |m,n\rangle = |\rho\rangle, \quad (12)$$

和

$$\mathbf{A}|\eta\rangle = \tilde{\mathbf{A}}^+|\eta\rangle, \quad (13)$$

结合方程(12)和(13), \mathbf{QME} 方程式(9)可转换为类薛定谔方程形式, 即:

$$|\dot{\rho}_B\rangle = \dot{\rho}_B|\eta\rangle = \mathbf{F}|\rho_B\rangle, \quad (14)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = & -i\sqrt{2}\zeta[\gamma(\mathbf{A}-\mathbf{A}^+)+\gamma^+(\mathbf{A}^+-\mathbf{A})]+ \\ & \zeta\mathbf{T}_+(2\mathbf{A}\mathbf{A}-\mathbf{A}^+\mathbf{A}-\mathbf{A}^+\mathbf{A})+ \\ & \zeta\mathbf{T}_-(2\mathbf{A}^+\mathbf{A}^+-\mathbf{A}\mathbf{A}^+-\mathbf{A}\mathbf{A}^+) + \\ & 2\zeta\mathbf{P}_{14}(2\mathbf{A}\mathbf{A}-\mathbf{A}\mathbf{A}-\mathbf{A}^+\mathbf{A})+ \\ & 2\zeta\mathbf{P}_{41}(2\mathbf{A}^+\mathbf{A}-\mathbf{A}^+\mathbf{A}^+-\mathbf{A}\mathbf{A}). \end{aligned} \quad (15)$$

式(14)的解为:

$$|\rho_B(t)\rangle = \exp(\mathbf{F}t)|\rho_B(0)\rangle. \quad (16)$$

方程(16)表明: 只要给定 QB 与辅助单元的初始态 ρ_A 和 $\rho_B(0)$, 便可以确定任意 t 时刻 QB 的状态. 特别地, 长时极限 ($t \rightarrow \infty$) 下的态对应 QB 的稳态, 即:

$$|\rho_B^{SS}\rangle = \exp(\mathbf{F}t)|_{t \rightarrow \infty} |\rho_B(0)\rangle. \quad (17)$$

这里需指出的是: 利用方程解式(16)或(17)进行相关物理量(如 QB 的最大可提取功)计算前, 需要通过 $\mathbf{H} \otimes \tilde{\mathbf{H}}$ 空间与 \mathbf{H} 空间之间的映射关系: $|m,\tilde{n}\rangle \leftrightarrow |m\rangle\langle n|$ 把 $|\rho_B(t)\rangle$ 转为密度矩阵 $\rho_B(t)$, 即 $|\rho_B(t)\rangle = \sum_{m,n} \rho_{m,n} |m,n\rangle \rightarrow \rho_B(t) = \sum_{m,n} \rho_{m,n} |m\rangle\langle n|$.

电池的容量(或最大可提取功)是反映电池性能的一个核心指标. 在量子系统中, QB 的有效储能量通常采用最大可提取功来刻画. 对于一个初始态为 ρ 、哈密顿量为 \mathbf{H} 的 d 维量子系统, 其最大可提取功可定义为^[18]:

$$\begin{aligned} W(\rho, \mathbf{H}) = & \text{tr}(\rho\mathbf{H}) - \min[\text{tr}(\mathbf{U}\rho\mathbf{U}^+\mathbf{H})] = \\ & \text{tr}[(\rho - \rho^{\text{passive}})\mathbf{H}], \end{aligned} \quad (18)$$

式中, \mathbf{U} 表示作用于 d 维量子系统的酉正操作 (unitary operation) 算符, ρ^{passive} 代表系统经任意酉正操作后所处的能量最低的态也称为被动态 (passive state), 满足 $\text{tr}[\rho^{\text{passive}}\mathbf{H}] = \min[\text{tr}(\mathbf{U}\rho\mathbf{U}^+\mathbf{H})]$. 假设系统哈密顿量 \mathbf{H} 和态 ρ 的本征值分别以升序和降序排列, 即 $\mathbf{H} = \sum_{n=1}^d \epsilon_n |\epsilon_n\rangle\langle\epsilon_n|$ ($\epsilon_0 \leq \epsilon_1 \leq \dots \leq \epsilon_d$) 和 $\rho = \sum_{n=1}^d r_n |r_n\rangle\langle r_n|$ ($r_0 \leq r_1 \leq \dots \leq r_d$), 则与态 ρ 对应的被动态^[18] 为 $\rho^{\text{passive}} = \sum_{n=1}^d r_n |\epsilon_n\rangle\langle\epsilon_n|$. 此时, 系统最大可提取功(式(18)) 可进一步表示为:

$$W(\rho, \mathbf{H}) = \text{tr}(\rho\mathbf{H}) - \sum_{j=1}^d r_j \epsilon_j. \quad (19)$$

下面结合数值模拟对弱相互作用下 QB 充电特征进行分析与讨论. 本文考虑 QB 初始制备至基态 $\rho_B(0) = |0\rangle\langle 0|$ 且固定无量纲参数: $\theta = 0.01, q = 0.3$ 和 $N = 8$.

首先, 研究充电过程中辅助库的量子相干对 QB 最大可提取功的影响. 图 2 对比了 QB 在无相干的热辅助库 ($c = 0$) 和不同相干辅助库 ($c = 1, \Delta\alpha = \{0, 0.3\pi, 0.5\pi, 0.8\pi, \pi\}$) 下的最大可提取功随充电时间的变化. 从图 2 中可以看出: 在热辅助库下, QB 的最大可提取功随充电时间单调递增, 并最终达到稳定值 (QB 达到稳态). 然而, 在相干辅助库下, 当构成辅助单元的两原子处于非反相状态 ($\Delta\alpha \neq \pi$) 时, QB 的最大可提取功则随时间震荡减小值至稳定值. 其中, 第一峰值处的最大可提取功 (记为 W_{Peak} 对应充电时间 t_{Peak}) 总是最大的, 且远高于相同时间下 QB 在热辅助单元下获取的最大可提取功. 这也意味着: 与热辅助库相比, QB 在相干辅助库下执行短时充电方案 (充电周期为 t_{Peak}) 将会展现出显著的“快充”(大功率充电) 优势. 这里, 充电功率定义为第一

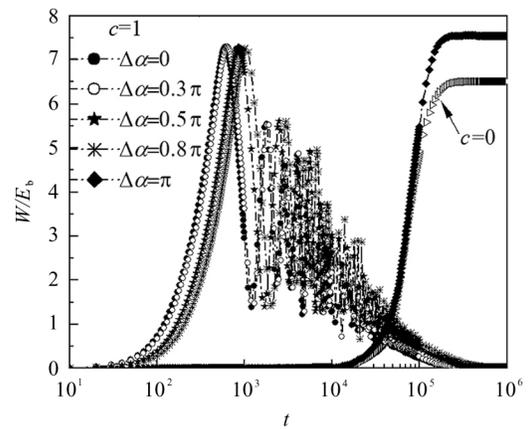


图 2 QB 的最大可提取功 W 随充电时间的演化
Fig. 2 Variations of QB's ergotropy W with charging time t

峰值处的最大可提取功 W_{Peak} 与充电时间 t_{Peak} 的比率,即 $P=W_{\text{Peak}}/t_{\text{Peak}}$ 。此外,在固定相干强度($c=1$)下,相位差 $\Delta\alpha$ 对第一峰值大小影响并不明显,但对充电周期 t_{Peak} 有影响,即 t_{Peak} 随 $\Delta\alpha$ 的减小而变短。因此,在短时充电方案下,通过减小相位差能够优化 QB 的充电功率,且 $\Delta\alpha=0$ (辅助单元中两原子同相)时, QB 能够获得最大充电功率。有趣的是:当相位差最大($\Delta\alpha=\pi$ 即辅助单元中两原子反相)时, QB 最大可提取功的震荡行为消失——QB 单调地充电至饱和(类似于热辅助库下的情形)。同时,充电时间越长,相干反相辅助单元($\Delta\alpha=\pi$)下 QB 的最大可提取功的优势(与热辅助单元($c=0$)下 QB 最大可提取功相比)越明显,当 QB 充至饱和时,最大可提取功达到最大。但是,在两类不同辅助单元(相干反相辅助单元和热辅助单元)下, QB 达到满充状态消耗的时间近似相等。因此,在相干反相辅助单元($\Delta\alpha=\pi$)下, QB 更适合执行长时充电方案(电池充电至饱和或稳态)。

图 3 绘制了 QB 的稳态最大可提取功(记作 W_{ss})随相干强度 c 和相位差 $\Delta\alpha$ 的变化。从图 3 可以看出:QB 稳态最大可提取功不仅仅依赖于相位差,而且也与相干强度有关。具体地,在固定相干强度 $c(c\neq 0)$ 时,稳态最大可提取功 W_{ss} 总是随相位差 $\Delta\alpha$ 的增加而变大。但是,在固定相位差 $\Delta\alpha(\Delta\alpha=\pi$ 除外)时, W_{ss} 随相干强度 c 的增加而减小。特别地,当 $\Delta\alpha=\pi$ (反相辅助单元)时, QB 的稳态最大可提取功 W_{ss} 则随相干强度 $c(c\in[0, 1])$ 的增加而增加。这表明:当相位差为 π 时,辅助单元(或辅助库)中的量子相干能够扮演电池“燃料”的角色——有效提升

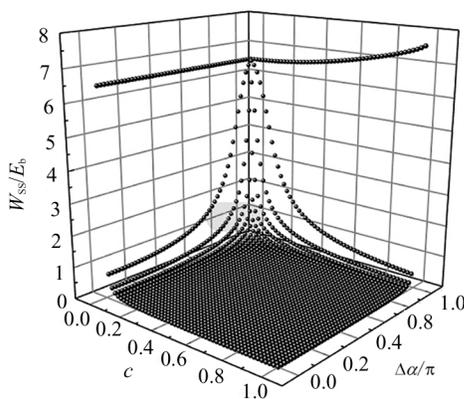


图 3 QB 稳态最大可提取功 W_{ss} 随相干强度 c 和相位差 $\Delta\alpha$ 的变化

Fig. 3 Variations of ergotropy W_{ss} of QB state with the coherence magnitude c and the phase difference $\Delta\alpha$ at steady

电池的稳态容量(稳态最大可提取功),且辅助单元中携带的相干越多(相干强度 c 越大)QB 的稳态容量也越大。

通过上面的数值分析清晰地展示了:辅助单元中的相干强度和相位差参数对 QB 的动力学演化产生明显的影响。在特定相干参数下, QB 的充电性能能够得到显著的优化(例如,在强相干、零相位差的辅助单元下, QB 可执行短时充电方案(实现高功率充电的目的);对于强相干、原子反相的辅助单元,选择长时充电方案(获得高容量 QB))。

3 结 论

本文研究了多能级 QB 在大量相干原子对为辅助单元构成的辅助库下的充电动力学行为。借助 Ket-Bra 纠缠态方法求得了 QB 主方程的解析解,并结合数值模拟详细分析了辅助单元中量子相干(相干强度和相干相位)对 QB 性能的影响。与近期文献[10]中考虑的 QB 在相干的单量子比特辅助单元库下充电的情形相比,提出的模型可以探索辅助单元中更多的量子相干信息(如辅助单元中两相干原子的相位差与相位和)对 QB 性能的影响。对于相干的单量子比特辅助单元情形^[10], QB 的最大可提取功仅与量子比特的相干强度有关(与量子比特的相干相位无关)。然而,文中的研究表明:除相干强度外,辅助单元中两量子比特的相位差对 QB 充电性能(充电过程中最大可提取功的变化特征以及稳态最大可提取功)有重要的影响。对于携带不同特征相干信息的辅助单元(相干辅助单元中两原子同相或反相), QB 适合执行不同的充电方案(短时或长时充电)。与热辅助库下的情形相比,在最优相干参数下, QB 不论在充电速度还是满充容量(稳态最大可提取功)上总能展现出显著的优势。

本研究充分展现了量子相干信息(特别是相干相位)在 QB 中扮演的“燃料”角色,促进了人们对量子相干的热力学特性的深入认识。这对利用量子相干设计高性能(大功率和高容量)QB 具有一定的参考价值。

参考文献:

- [1] GONG F, JANG M, WANG T Y. Performance analysis of discrete modulation continuous variable quantum key distribution with entanglement in the middle[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2020, 31(6): 654-659.
龚峰, 姜猛, 王天一. 中间纠缠源离散调制 CVQKD 性

- 能分析[J]. 光电子·激光, 2020, 31(6): 654-659.
- [2] ALICKI R, FANNES M. Entanglement boost for extractable work from ensembles of quantum batteries[J]. *Physical Review E*, 2013, 87(4): 042123.
- [3] LU Y X, LU D M. The influences of the atom-decay and the cavity-decay on geometrical quantum discord between two subsystems in the coupled-cavity system[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2021, 32(1): 64-69.
卢永祥, 卢道明. 原子和腔场衰减对耦合腔系统中几何量子失谐的影响[J]. 光电子·激光, 2021, 32(1): 64-69.
- [4] LI R S, TIAN S C. Dirac photonic crystal application in surface emitting lasers[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2022, 33(3): 230-240.
李儒颂, 田思聪. 狄拉克光子晶体在面发射激光器中的应用[J]. 光电子·激光, 2022, 33(3): 230-240.
- [5] ANDOLINA G M, KECK M, MARI A, et al. Extractable work, the role of correlations, and asymptotic freedom in quantum batteries[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(4): 047702.
- [6] PENG L, HE W B, CHESI S, et al. Lower and upper bounds of quantum battery power in multiple central spin systems[J]. *Physical Review A*, 2021, 103(5): 052220.
- [7] YAO Y, SHAO X Q. Stable charging of a Rydberg quantum battery in an open system[J]. *Physical Review E*, 2021, 104(4): 044116.
- [8] ROSSINI D, ANDOLINA G M, ROSA D, et al. Quantum advantage in the charging process of Sachdev-Ye-Kitaev batteries[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(23): 236402.
- [9] BARRA F. Dissipative charging of a quantum battery[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(21): 210601.
- [10] SEAH S, PERARNAU-LLOBET M, HAACK G, et al. Quantum speed-up in collisional battery charging[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(10): 100601.
- [11] ZHANG G F, ZHU H, XU K. Quantum battery[J]. *Journal of Shanxi University (Natural Science Edition)*, 2022, 45(3): 664-671.
张国锋, 朱昊, 徐凯. 量子电池[J]. 山西大学学报(自然科学版), 2022, 45(3): 664-671.
- [12] DOU F Q, LU Y Q, WANG Y J, et al. Extended Dicke quantum battery with interatomic interactions and driving field[J]. *Physical Review B*, 2022, 105(11): 115405.
- [13] XU K, LI H G, LI Z G, et al. Charging performance of quantum batteries in a double-layer environment[J]. *Physical Review A*, 2022, 106(1): 012425.
- [14] QUACH J Q, MCGHEE K E, GANZER L, et al. Superabsorption in an organic microcavity: Toward a quantum battery[J]. *Science Advances*, 2022, 8(2): eabk3160.
- [15] GEMME G, GROSSI M, FERRARO D, et al. IBM quantum platforms: a quantum battery perspective[J]. *Batteries*, 2022, 8(5): 43.
- [16] REN Y C, FAN H Y. Decoherence of two-qubits coupled with reservoirs studied with new Ket-Bra entangled state method[J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2016, 55(4): 2089-2096.
- [17] SHAGHAGHI V, PALMA G M, BENENTI G. Extracting work from random collisions: a model of a quantum heat engine[J]. *Physical Review E*, 2022, 105(3-1): 034101.
- [18] ALLAHVERDYAN A E, BALIAN R, NIEUWENHUIZEN T M. Maximal work extraction from finite quantum systems[J]. *Europhysics Letters*, 2004, 67(4): 565.

作者简介:

李海 (1978—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要从事量子物理方面的研究.