

DOI:10.16136/j.joel.2023.08.0767

一种可靠的2D激光雷达和摄像机标定方法

彭梦^{1*}, 邬书跃¹, 李仪², 向民权¹

(1. 湖南工程学院 计算机与通信学院, 湖南 湘潭 411104; 2. 中南大学 自动化学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 2维激光雷达和摄像机的最小解标定方法存在精度较差、解缺失等不足, 为此, 提出了一种新的可靠最小解标定方法。首先, 利用透视相似三角形(perspective similar triangle, PST)算法求解3个棋盘格构建的P3P(perspective three points, P3P)问题, 并通过多项式极值点获取缺失的解, 提高了算法对噪声的抗干扰能力。其次, 提出基于两类激光点约束的误差度量模型来评估多解的误差程度, 从而更准确地从标定结果的多解中选取最优解。实验结果表明, 该文算法相比于文献中的FRANCISCO算法和HU算法, 能明显提高有效解概率和标定精度; 在不同噪声水平下, 该文算法的有效解概率提高了5%—20%和5%—13%, 旋转矩阵精度提高了46%—63%和41%—47%, 平移向量精度提高了170—430 mm和120—170 mm, 性能提高明显。

关键词: 2D激光雷达; P3P问题; 外参数标定; 透视相似三角形(PST)算法

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-0086(2023)08-0792-10

A reliable calibration method for 2D lidar and camera

PENG Meng¹, WU Shuyue¹, LI Yi², XIANG Minquan¹

(1. School of Computer and Communication, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan, Hunan 4111042, China;

2. School of Automation, Central South University, Changsha, Hunan 410083, China)

Abstract: The minimum solution calibration method of 2D lidar and camera has shortcomings such as poor accuracy and missing solution. Therefore, a new reliable minimum solution calibration method is proposed in this paper. Firstly, the perspective similar triangle (PST) algorithm is used to solve the perspective three points (P3P) problem constructed by three checkerboards, and the missing solution is obtained with the polynomial extreme points, which improves the anti-noise interference ability of the algorithm. Secondly, an error measurement model based on two types of laser point constraints is proposed to evaluate the error degree of multiple solutions, so as to select the optimal solution from the multiple solutions of the calibration results. Experimental results show that the proposed algorithm can significantly improve the valid solution probability and the calibration accuracy. Under different noise levels, compared with FRANCISCO method and HU method, the probability of valid solution is improved by 5%—20% and 5%—13%, the rotation matrix accuracy is improved by 46%—63% and 41%—47%, the translation vector accuracy is improved by 170—430 mm and 120—170 mm, so the performance is improved obviously.

Key words: 2D lidar; perspective three points (P3P) problem; external parameter calibration; perspective similar triangle (PST) algorithm

0 引言

在自动驾驶、机器人技术、导航系统和3D场景重建等应用领域, 一般使用激光雷达和摄像机

采集外部环境的数据。为了准确地对场景进行重建和描述, 必须将激光雷达和摄像机的感知信息进行融合, 因此系统需要标定激光雷达坐标系和摄像机坐标系之间的外部参数^[1-3], 即计算两者之

* E-mail: pengmeng@hnie.edu.cn

收稿日期: 2022-11-10 修订日期: 2023-03-03

基金项目: 国家自然科学基金(62173134, 62006075)、湖南省自然科学基金(2023JJ50030, 2021JJ10002, 2020JJ6023)和湖南工程学院校级项目(Y1711, XJ1605)资助项目

间的旋转矩阵和平移向量。

目前,3D激光雷达虽然在感知能力和数据采集维度上很强,但是成本太高、功率大,不便于广泛部署。而2D激光雷达成本低、稳定性好,低成本的系统在实际应用中具有较好的性价比。但是,2D激光雷达只在一个平面上进行扫描,而且激光扫描点不能被摄像机观测到,无法像3D激光雷达那样直接给出激光点与图像的对应关系,因此,2D激光雷达和摄像机外参数标定的稳定性和精度难以保证。最早ZHANG和PLESS^[4]提出的外参数标定方法利用棋盘格作为参照物,对标定参数线性求解。该方法利用线性方程组的最小二乘解获取外参数,但是线性解不满足旋转矩阵的正交性。FRANCISCO等^[5]利用激光扫描直线处于棋盘格所在平面的空间约束,通过将该约束转化为三点透视问题(perspective three points, P3P)求解。该方法标定精度高,但存在多解问题和几何退化问题。同样基于棋盘格,HU通过引入了平面成像区域约束,从多解中选择最优解,提高了了解的可靠性^[6]。同样利用棋盘格,PENG^[7]提出一种基于观测概率有效下界估计的标定方法,将优化初始值从最优解转化为有效解候选集合,提高了标定结果的准确性。除了棋盘格以外,文献还有使用多个平面或者多个控制点来建立外参数约束实现标定。例如,DONG使用由两个不在同一平面的三角形组成的标定物,通过6个点面的约束完成标定,该方法只需一次采样,简单有效^[8]。ITAMI^[9]将一个小球形物体固定在一根手持杆上,通过将目标向下移动直到激光雷达捕捉到小球,从而利用点状目标获取点对点对应关系,计算两个坐标系之间外参数。FAN^[10]提出了一种利用摄影测量控制场来校准相机和2D激光雷达之间外参数的方法。通过将摄影测量控制场作为公共参考系,将两个传感器之间的标定过程分解为分别对每个传感器进行标定。首先,利用控制场的房间角落对激光雷达和控制场之间进行标定,然后使用大量的控制点来实现相机与控制场之间的标定。

此外,还有一些自标定方法不需要使用标定物体,此类方法利用场景中的道路边缘的直线特征和墙面的平面特征建立两个坐标系外参数之间的约束,从而实现标定^[11,12]。HU等^[11]提出基于墙角为标定物的标定方法,利用3个墙面正交特性将室内环境中的墙角作为外部参照系进行标定。该方法需要进行两次标定,首先分别进行墙角坐标系与激光坐标系的标定和墙角坐标系与相机坐标系的标定,然后再联合进行激光坐标系和

相机坐标系的参数标定。上述自标定方法由于需要墙角作为参照物,因此精度和稳定性都严重依赖墙角几何特征的可靠性,且只适合室内环境下。彭湃等提出一种结合里程计的自标定方法,利用了图像匹配和激光点与匹配的原理^[12]。该方法将基准点云转换到观测位置下进行点云配准求解外参矩阵,不需要任何的天然或者人工的标定参照物,但是标定精度严重依赖点云匹配算法的精度。

对比不同标定方法,基于棋盘格最小解标定方法具有高可靠性、高精度、容易操作等优点^[4-7]。其原理是利用棋盘格上激光点需满足的几何约束,通过求解P3P问题获取激光雷达和摄像机坐标系之间的外参数。但是最小解标定方法存在以下3个局限性。1) P3P解的稳定性比较差。对于同一输入样本数据的P3P问题,如果顶点求解顺序不同,解的精度变化有1000倍之大。2) 解丢失问题。在P3P问题求解时,由于量测噪声的存在,利用样本测量值产生的多项式方程会出现一定的偏差。当多项式差异较大时很可能丢失解,即噪声扰动会造成解丢失问题。3) 误差度量问题。最小解标定方法会获取多个解,为此,该类方法根据激光点到棋盘格平面的距离误差,选择一个最优解。然而,点面误差度量没有考虑激光点和棋盘格方形区域的约束关系,误差函数存在多个峰值,在噪声干扰下不能准确选择最优解。

针对最小解标定方法的上述不足,本文提出了一种改进最小解标定方法,通过改进P3P问题的求解算法和多解问题的误差度量,提高了标定结果的准确性和数值稳定性。首先,本文利用透视相似三角形(perspective similar triangle, PST)算法求解P3P问题,减小了顶点求解顺序对精度的影响。然后,通过P3P问题的多项式极值点,解决噪声引起的解丢失问题。最后,针对多解的误差度量问题,本文提出基于两类激光点区分约束的误差度量模型,利用激光点和棋盘格之间的两种空间约束构建激光点的误差度量模型,从而获取标定结果的最优解。

1 标定问题模型描述

如图1所示,假定 i 为棋盘格号, j 为激光点的序号,激光点在摄像机坐标系下的坐标为 $p_{i,j}^c$,在激光雷达坐标系下的坐标为 $p_{i,j}^l$,在棋盘格坐标系下的坐标为 $p_{i,j}^w$ 。 R 和 t 为摄像机坐标系和激光雷达坐标系之间的旋转矩阵和平移向量, $p_{i,j}^l = R p_{i,j}^c + t$ 。 Φ_i 和 Δ_i 为利用棋盘格图像标定的棋盘格到摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量, $p_{i,j}^c = \Phi_i p_{i,j}^w + \Delta_i$ 。通过

张正友摄像机标定工具包(www.vision.caltech.edu)可得棋盘格平面 Π_i , 设定 Σ 是2D激光扫描面, L_i 是棋盘格 Π_i 上激光点拟合出来的直线, 如式(1)和式(2)所示^[5]。其中 n_i 表示平面 Π_i 的法线方向, $\|n_i\|^{-1}$ 是摄像机坐标系原点到平面 Π_i 的距离, 见式(3)^[5]。 u_i 和 v_i 分别表示直线 L_i 的方向向量和矩向量, 设 $b = (0, 0, 10)^T$ 。符号 $\|$ 和 $\times$ 分别表示二范数和叉积操作, $\sim$ 表示成比例等价关系。

$$\Sigma \sim \begin{pmatrix} b \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$L_i \sim \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$n_i = \frac{\Phi_{i,3}}{\Phi_{i,3}^T \Delta_i}. \quad (3)$$

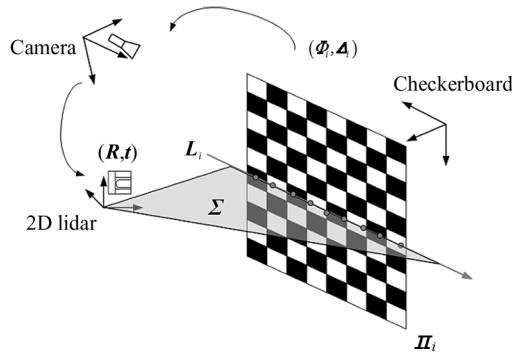


图1 基于棋盘格的2D激光雷达和摄像机标定示意图

Fig. 1 Schematic diagram of calibration of 2D lidar and camera based on checkerboard

最小解标定方法思路是通过棋盘格平面 Π_i 和共面直线 L_i 构建P3P问题, 建立关于旋转矩阵 R 的方程系统, 如式(4)所示^[5]。首先利用式(4)的3个等式相减取模可以消除 R 和 w , 构建一个P3P问题, 如图2所示^[5]。P3P问题的描述为: 已知3个控制点 p_i 之间的距离, 以及 p_i 与中心点 O 连线 m_i 之间的夹角, 可以求解 p_i 到中心点 O 的距离 d_i 的值。然后通过该P3P问题求解系数 d_0 、 d_1 和 d_2 的值并将其代回到式(4), 构建三点配准问题, 进而计算出旋转矩阵 R 的解析解^[13]。最后根据“线一面”空间约束求解平移向量 t 。其中, 图2的 p_i 由图1的 L_i 计算而来, 图2的 m_i 由图1的 Π_i 计算而来。

$$\begin{cases} d_0 m_0 = R^T(p_0 + w) \\ d_1 m_1 = R^T(p_1 + w) \\ d_2 m_2 = R^T(p_2 + w) \end{cases}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} m_0 &\sim n_1 \times n_2, m_1 \sim n_1 \times n_3, m_0 \sim n_2 \times n_3, \\ m'_0 &\sim v_1 \times v_2, m'_1 \sim v_1 \times v_3, m'_2 \sim v_2 \times v_3, \end{aligned}$$

$$p_i = \frac{m'_i}{b^T m'_i}.$$

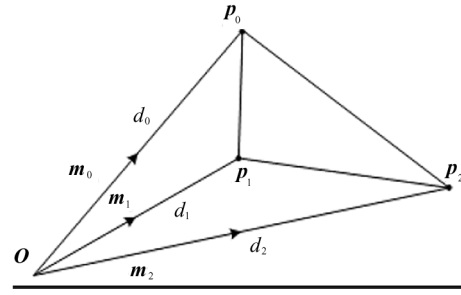


图2 3个棋盘格平面构造的P3P问题

Fig. 2 P3P problem constructed by three checkerboard

2 本文的激光雷达和摄像机标定方法

针对最小解标定方法在稳定性和精确度上的不足, 本文从P3P问题求解算法和多解问题误差度量两个方面进行了改进, 提出了一种稳定可靠的最小解标定方法。该方法首先利用PST算法求解最小解方法的P3P问题, 然后利用多项式极值点获取缺失解, 最后将边界约束引入到误差度量模型进行最优解选择。

2.1 基于PST算法求解P3P问题

为了提高标定结果的数值稳定性和精度, 本文首先利用PST算法求解P3P问题^[14], 使得顶点求解顺序和测量噪声对解精度的干扰大大降低。其次, 针对噪声干扰造成的解丢失问题, 计算P3P方程组消元后的四次多项式极值点, 利用极值点估计可能丢失的解, 提高了数值的鲁棒性。

1) PST算法引入一个相似三角形将P3P问题转换为一个二元二次方程组, 然后进行消元将该二元二次方程组转化为只有一个未知变量的四次多项式方程进行求解, 具体的流程步骤如下。

首先, 将P3P问题转换为一个等价PST问题。在P3P问题的几何结构(图2)的基础上引入一个相似三角形 $p'_0 p'_1 p'_2$, 在直线 Om_0 上给定的一个基点 p'_0 使得 $|Op'_0| = 1$, PST问题的目的是确定顶点 p'_1 和 p'_2 的未知深度 d'_1 和 d'_2 , 使得三角形 $\Delta p'_0 p'_1 p'_2$ 与三角形 $\Delta p_0 p_1 p_2$ 相似, 如图3所示。当解决 $p'_0 p'_1 p'_2$ 的深度 d'_i 时, 通过乘以比例因子 λ 可以很容易获取到 $p_0 p_1 p_2$ 的深度 d_i , 从而获取原P3P问题的解, 如式(5)所示:

$$d_i = \lambda d'_i (i = 0, 1, 2). \quad (5)$$

PST的几何形状如图3所示, H_1 和 H_2 分别是 Om_1 、 Om_2 线上的两点, 其满足关系 $p'_0 H_1 \perp OH_1$,

$$\begin{aligned} d'_0 &= l_0, d'_1 = l_1 + t_1, d'_2 = l_2 + t_2, \\ l_0 &= 1, l_1 = l_0 \cos \gamma_1, l_2 = l_0 \cos \gamma_2, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, γ_1 为 $\angle m_0 Om_1$ 的夹角, γ_2 为 $\angle m_0 Om_2$ 的夹角。

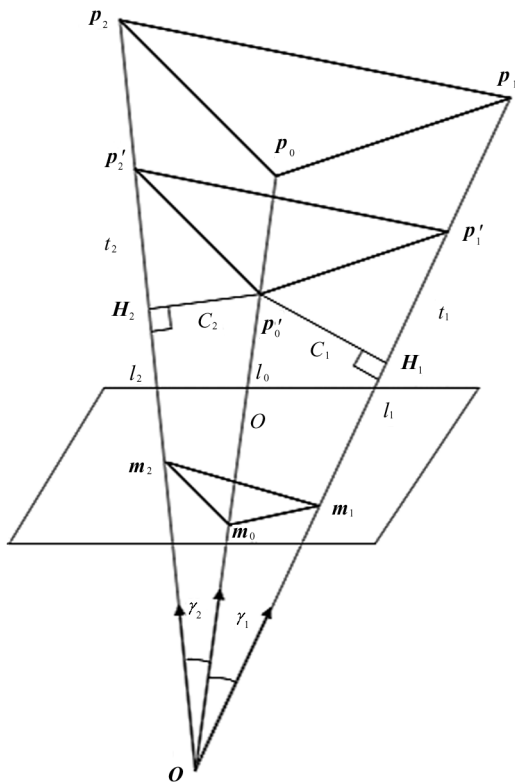


Fig. 3 Geometric sketch of perspective similar triangle

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}'_0 \mathbf{p}'_2| &= \sqrt{t_2^2 + C_2^2}, |\mathbf{p}'_0 \mathbf{p}'_2| = \sqrt{t_1^2 + C_1^2}, \\ C_1 &= l_0 \sin \gamma_1, C_2 = l_0 \sin \gamma_2, \end{aligned} \quad (7)$$

2) 利用 $\Delta p'_0 p'_1 p'_2$ 与 $\Delta p_0 p_1 p_2$ 的相似性, 根据两个相关的几何约束条件来建立方程组, 分别是相似三角形对应的边长度比值约束 $|p'_0 p'_1|/|p_0 p_1| = |p'_0 p'_2|/|p_0 p_2|$ 和相似三角形的对应角约束 $\cos \angle p'_1 p'_0 p'_2 = \cos \angle p_1 p_0 p_2$ 。可以得到如下方程组式(8):

$$\begin{cases} A_1 t_1^2 - t_2^2 + A_2 = 0 \\ A_3 t_1 + A_4 t_2 + A_5 t_1 t_2 + A_6 t_1^2 + A_7 = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

对式(8)进行消元可得式(9):

$$B_4 t_1^4 + B_3 t_1^3 + B_2 t_1^2 + B_1 t_1 + B_0 = 0, \quad (9)$$

3) 将式(9)所求 t_1 的值依次带回到式(5)~(8), 可以求得关于 $d_i (i = 0, 1, 2)$ 的 4 组解, 如式(10)所示^[14]。相对于文献[14]的 PST 算法而言, 由于本文中的 P3P 问题没有要求深度值为正值的约束, 每个 $d_i (i = 0, 1, 2)$ 的解都有一个对称解为 $-d_i (i = 0, 1, 2)$, 因此需要将对称解加入到最终解, 总共最多有 8 组解。

$$\begin{aligned}d_0 &= \lambda l_0, d_1 = \lambda(l_1 + t_1), \\ d_2 &= \lambda(l_2 + t_2) \text{。}\end{aligned}\tag{10}$$

$$\lambda = \frac{|\mathbf{p}_0 \mathbf{p}_1|}{\sqrt{t_1^2 + (\sin \gamma_1)^2}}, \quad (11)$$

$$t_2 = -\frac{A_3 t_1 + A_6 t_1^2 + A_7}{A_4 + A_5 t_1} \circ \quad (12)$$

此外,本文利用最小二乘解计算平移向量 $\mathbf{t}$ 。根据激光点 $\mathbf{p}_{i,j}^1$ 位于棋盘格平面 Π_i 上的约束,可得式(13),从而构建 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{t}$ 最小二乘解的目标函数,如式(14)所示:

$$\mathbf{n}_i^T (\mathbf{R}^T \mathbf{p}_{i,j}^l - \mathbf{R}^T \mathbf{t}) = 1, \quad (13)$$

$$\underset{\mathbf{R}, \mathbf{t}}{\operatorname{argmin}} J = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} (n_i^{\top} (\mathbf{R}^{\top} \mathbf{p}_{i,j}^{\mathbf{l}} - \mathbf{R}^{\top} \mathbf{t}) - 1)^2 \text{。} \quad (14)$$

利用目标函数式(14)极值点的偏导数为零,求解 t 的解,如式(15)所示:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{t}} &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} 2 [\mathbf{n}_i^T (\mathbf{R}^T \mathbf{p}_{i,j}^1 - \mathbf{R}^T \mathbf{t}) - 1] \mathbf{R} \mathbf{n}_i = 0 \Rightarrow \\ \mathbf{t} &= \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} \mathbf{R} \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^T \mathbf{R}^T \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k_i} (\mathbf{R} \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^T \mathbf{R}^T \mathbf{p}_{i,j}^1 - \right. \\ &\quad \left. \mathbf{R} \mathbf{n}_i) \right). \end{aligned} \quad (15)$$

但是,由于量测噪声的存在,对于式(9)利用样本测量值导出的四次多项式 f_{measured} 和真实值导出的四次多项式 f_{true} 之间会有一定的差异,当差异较大时很可能丢失解,也就是说噪声干扰会造成缺解问题(如图4中 x'_3 所示)。针对缺解问题,本文将利用 f_{measured} 的极值点来估计式(9)中可能的缺失根,从而找回可能丢失的解,具体步骤如下。

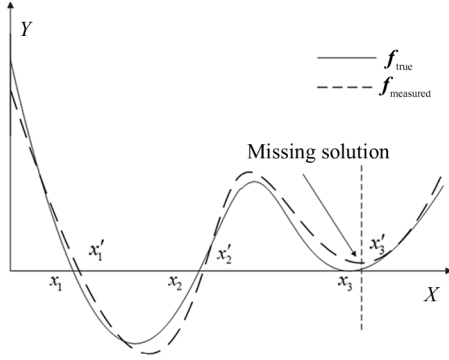


图4 噪声干扰造成缺解问题的示意图

Fig. 4 Description diagram of missing solution caused by noise interference

首先,设式(9)对应的四次多项式为 $f(t_1)$ (式(16)),对其求一阶导数得到一个三次多项式 $f'(t_1)$,因此,由 $f'(t_1) = 0$ 得出 $f(t_1)$ 最多有3个极值点,见式(17)。然后,利用 $f(t_1)$ 的二阶导数 $f''(t_1)$ 判断极值点是极小值点还是极大值点(式(17))。对于任一极值点 $t_1^{(k)}$ ($k \leq 3$),如果 $f''(t_1^{(k)}) > 0$ 且 $f(t_1^{(k)}) > 0$,即 $t_1^{(k)}$ 是极小值点且在X轴的上方,那么, $t_1^{(k)}$ 邻域内可能存在缺失根。如图4中 x'_3 就是此类极小值点,它在缺失根 x_3 的邻域内,因此是一个次优解,可以作为候选解进行优化。如果 $f''(t_1^{(k)}) < 0$ 且 $f(t_1^{(k)}) < 0$,即 $t_1^{(k)}$ 是极大值点且在X轴的下方,那么同理 $t_1^{(k)}$ 邻域内也可能存在缺失根。利用获取极值点的方法,将所有可能的缺失根的邻域值 $t_1^{(k)}$ 做为候选解都并入到P3P问题的多解集合。

$$f(t_1) = B_4 \cdot t_1^4 + B_3 \cdot t_1^3 + B_2 \cdot t_1^2 + B_1 \cdot t_1 + B_0, \quad (16)$$

$$\begin{cases} f'(t_1) = 4B_4 \cdot t_1^3 + 3B_3 \cdot t_1^2 + 2B_2 \cdot t_1 + B_1 \\ f''(t_1) = 12B_4 \cdot t_1^2 + 6B_3 \cdot t_1 + 2B_2 \end{cases} \quad (17)$$

2.2 区分两类激光点约束的误差度量

最小解标定方法存在多解问题,通常需要从多解中选择一个最优解^[7,15],然而以往文献构建误差模型时没有对不同位置的激光点区别性进行分析,降

低了误差模型的可靠性。为此,本文提出了基于两类激光点区分约束的误差度量模型,利用激光点和棋盘格之间的两种空间约束构建误差度量模型,对解的偏差程度进行更合理评价。该误差模型将激光点分为界限激光点和内部激光点两种类型来计算误差值。激光扫描面和棋盘格边界的两个交点称为界限激光点,如图5所示,在激光坐标系下为 $\tilde{p}_0^l$ 和 $\tilde{p}_1^l$,棋盘格上的其他激光扫描点称为内部激光点。

如图5所示,棋盘格的4个顶点分别为 $q_1 = [0, 0, 0]^T$, $q_2 = [w, 0, 0]^T$, $q_3 = [w, l, 0]^T$, $q_4 = [0, l, 0]^T$ (在棋盘格坐标系下),其中, w 和 l 分别表示棋盘格的宽和长。4条边界线段表示为 $q_k q_{(k+1) \bmod 4}$ ($k = 1, 2, 3, 4$)。 $\{C\}$ 、 $\{L\}$ 、 $\{W\}$ 分别表示摄像机坐标系、激光雷达坐标系和棋盘格坐标系。

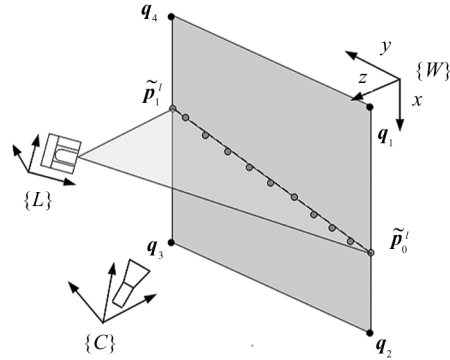


图5 界限激光点和棋盘格边界线段的空间约束示意图

Fig. 5 Description diagram of spatial constraints of boundary laser points and checkerboard boundary segments

1) 构建界限激光点的误差模型。第 i 个棋盘格的界限激光点 $\tilde{p}_{i,0}^l$ 和 $\tilde{p}_{i,1}^l$, 其在第 i 个棋盘格的坐标系 $\{W_i\}$ 为 $\tilde{p}_{i,0}^w$ 和 $\tilde{p}_{i,1}^w$, 如式(18)所示。其中 (R_d, t_d) 为某一解, $d = 1, 2, \dots, M$ (共有 M 个解)。 Φ_i 和 Δ_i 的定义同第一节, 是第 i 个棋盘格坐标系到摄像机坐标系的旋转矩阵和平移向量。

$$\tilde{p}_{i,j}^w = \Phi_i^T R_d^T \tilde{p}_{i,j}^l - \Phi_i^T \Delta_i - \Phi_i^T R_d^T t_d, \quad j = 0, 1. \quad (18)$$

假设计算界限激光点 $\tilde{p}_{i,0}^w$ 和 $\tilde{p}_{i,1}^w$ 的最近棋盘格边界线段是 $q_{i,m_i} q_{i,(m_i+1) \bmod 4}$ 和 $q_{i,n_i} q_{i,(n_i+1) \bmod 4}$, 其中 $m_i, n_i = 1, 2, 3, 4$ 且 $m_i \neq n_i$, mod 是取余运算。那么界限激光点的误差模型如式(19)所示:

$$\sum_{i=1}^N |\tilde{p}_{i,0}^w - q_{i,m_i}| + |\tilde{p}_{i,0}^w - q_{i,(m_i+1) \bmod 4}| + \sum_{i=1}^N (|\tilde{p}_{i,1}^w - q_{i,n_i}| + |q_{i,m_i} q_{i,(m_i+1) \bmod 4}|)^2$$

$$|\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^w - \mathbf{q}_{i,(n_i+1)\bmod 4}| - |\mathbf{q}_{i,n_i} \mathbf{q}_{i,(n_i+1)\bmod 4}|)^2. \quad (19)$$

2) 构建内部激光点的误差模型,即内部激光点应该都落在棋盘格的方形区域中。根据内部激光点 $\mathbf{p}_{i,j}^w$ 在棋盘格内部的约束,由 $\mathbf{p}_{i,j}^w$ 到棋盘格边界线段的距离之和得到内部激光点的误差模型,如式(20)所示:

$$\sum_i \sum_j \left(\sum_{m=1}^4 \frac{|(\mathbf{p}_{i,j}^w - \mathbf{q}_m) \times (\mathbf{q}_{(m+1)\bmod 4} - \mathbf{q}_m)|}{|\mathbf{q}_{(m+1)\bmod 4} - \mathbf{q}_m|} - w - l \right)^2. \quad (20)$$

3) 结合上述两种误差模型,本文提出了一种基于两类激光点区分约束的误差度量模型,对于某个解 $(\mathbf{R}_d, \mathbf{t}_d)$ 的误差度量如式(21)所示。新的误差函数模型区别考虑了棋盘格界限激光点误差值和棋盘格内部激光点误差值,因此能更准确、更可靠地评估解的偏差程度。其中 k_i 表示第 i 个棋盘格上的激光点个数, $\mathbf{q}_{i,m_i} \mathbf{q}_{i,(m_i+1)\bmod 4}$ 和 $\mathbf{q}_{i,n_i} \mathbf{q}_{i,(n_i+1)\bmod 4}$ 是界限激光点 $\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^w$ 和 $\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^w$ 最近的棋盘格边界线段。

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=m_i, n_i} \frac{1}{2} (|\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^w - \mathbf{q}_{i,j}| + |\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^w - \mathbf{q}_{i,(j+1)\bmod 4}| - |\mathbf{q}_{i,j} \mathbf{q}_{i,(j+1)\bmod 4}|)^2 + \sum_{i=1}^N \frac{1}{k_i} \sum_{j=1}^{k_i} \left(\sum_{m=1}^4 \frac{|(\mathbf{p}_{i,j}^w - \mathbf{q}_m) \times (\mathbf{q}_{(m+1)\bmod 4} - \mathbf{q}_m)|}{|\mathbf{q}_{(m+1)\bmod 4} - \mathbf{q}_m|} - w - l \right)^2. \quad (21)$$

相比基于点面和线面约束的误差度量,本文将激光点区分成两种类型,分别利用激光点在棋盘格内部的约束和激光点在边界线上的约束来构建误差模型,所选取最优解的准确度更高。

2.3 本文标定方法

综合2.1节和2.2节对最小解方法的改进,本文在FRANCISCO文献[5]的基础上提出了一种稳定可靠的最小解标定方法,具体的算法步骤如下。1) 利用PST算法求解3个棋盘格构建的P3P问题,并且通过多项式极值点补偿丢失的解;2) 基于两类激光点区分约束的误差度量模型计算多解中每个解的误差值;3) 选择误差最小的解作为最优解。算法伪代码如下。

算法1 本文标定方法

Input: 棋盘格平面 Π_i 和棋盘格上激光点拟合的直线 $\mathbf{L}_i^l, i = 1, 2, \dots, N$ 。

Output: 旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 和平移向量 $\mathbf{t}$ 。

1) 任选3个观测数据的组合集 $\mathbf{K} = \{k_1, \dots, k_T\}$ ($T = C_N^3$), 其中 $k_i \in \mathcal{L}^3$ 表示从 $\{1, 2, \dots, N\}$ 中选取3个整数数组合, 集合 $\mathbf{K}$ 是所有

组合的集合。

2) 设置解集合为空 $\mathbf{D} = \varphi$ 。

3) For $t = 1, \dots, T$ do

4) 选择 k_t 对应的3个棋盘格平面 $\Pi_{k_t,1}$ 、 $\Pi_{k_t,2}$ 和 $\Pi_{k_t,3}$ 和激光扫描线 $\mathbf{L}_{k_t,1}^l$ 、 $\mathbf{L}_{k_t,2}^l$ 和 $\mathbf{L}_{k_t,3}^l$, 利用3个棋盘格平面构建一个P3P问题的标准方程(式(4))。

5) 基于PST,将式(4)的P3P问题转化为式(9)的一元四次方程求解,获取式(4)的3个控制点 $\mathbf{p}_i$ 在不同坐标系中的值。同时,利用式(17)计算式(16)的极值点,获取式(9)的缺失解。该步骤将式(4)中 $\mathbf{R}$ 的求解变成一个典型三点匹配估计运动问题。

6) 针对三点匹配估计运动问题,利用文献[13]中的姿态估计算法计算式(4)中的 $\mathbf{R}$ 赋值给 $\mathbf{R}_t^{(m)}$, 并利用式(15)计算平移向量 $\mathbf{t}$ 的最小二乘解赋值给 $\mathbf{t}_t^{(m)}$, $m < 8$ 。

7) 将当前解合并到解集合 $\mathbf{D} = \mathbf{D} \cup (\mathbf{R}_t^{(m)}, \mathbf{t}_t^{(m)})$ 。

8) End for

9) 根据式(21)基于两类激光点区分约束构建误差模型,计算解集合 $\mathbf{D}$ 中每个解的误差值,选择误差最小的解作为最优解 $(\mathbf{R}, \mathbf{t})$ 。

3 实验结果与分析

3.1 仿真实验

基于传感器的物理模型构建仿真数据,将本文标定方法与文献[5]的FRANCISCO方法、文献[6]的HU方法的解析解进行比较,上述两种方法是当前基于棋盘格标定方法中性能最好的两个。摄像机为针孔模型,激光雷达的角度分辨率为 0.25° ,扫描角度范围为 -30° 到 $+30^\circ$ 。

在激光雷达前方3—6 m半径范围内放置棋盘格,并对激光雷达数据加入零均值高斯噪声。通过比较标定后的旋转矩阵和平移向量的估计值 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{t}$ 与真实值 $\mathbf{R}_r$ 和 $\mathbf{t}_r$ 之间的差异,分析不同算法的标定结果误差。其中,旋转矩阵的角度误差 e_R 为 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{R}_r$ 之间的差值(式(22)),平移向量误差 e_t 为 $\mathbf{t}$ 和真实值 $\mathbf{t}_r$ 之间的差值(式(23)),其中, $\|\cdot\|_{\text{Fro}}$ 表示矩阵或者向量的FROBENIUS范数。

$$e_R = \frac{180}{\pi} 2 \arcsin \left(\frac{\|\mathbf{R} - \mathbf{R}_r\|_{\text{Fro}}}{2\sqrt{2}} \right), \quad (22)$$

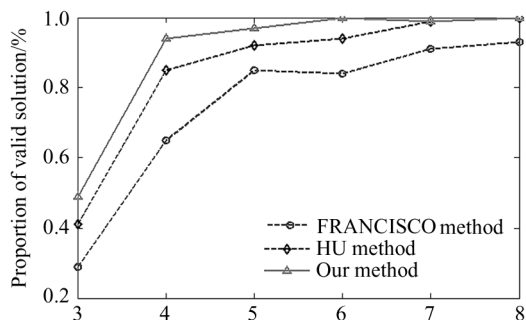
$$e_t = \|\mathbf{t} - \mathbf{t}_r\|. \quad (23)$$

1) 利用有效解概率对比不同算法的性能。有效解定义为参数标定的计算值和真实值之间的旋转矩阵角度误差小于 10° 并且平移向量误差小于 100 cm,

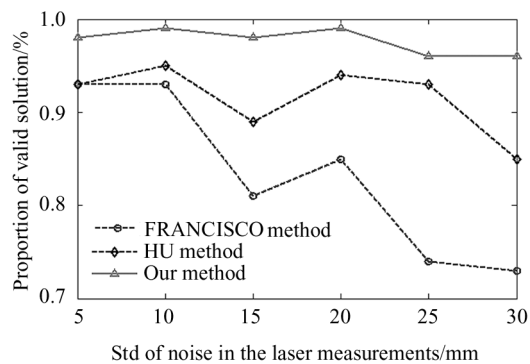
凡是误差不在该范围内的解为无效解。有效解概率是标定结果为有效解的实验比例,即有效解实验数/总实验数。

首先,对比不同棋盘格输入个数下算法的有效解概率,棋盘格输入个数范围设定为3—8个,激光数据加上方差 $\delta = 20$ mm的高斯噪声,不同输入个数下均独立进行100次实验。图6(a)结果显示,在不同棋盘格输入下,本文方法的有效解概率相比FRANCISCO方法提高了7%—69%,相比HU方法提高了2%—41%。

其次,对比不同噪声水平下算法的有效解概率。激光数据加上不同水平的高斯噪声,设定噪声方差 δ 从5—30 mm,棋盘格输入个数为6个,不同噪声水平下均独立进行100次实验。图6(b)结果显示,不同噪声水平下,本文方法的有效解概率提升明显,相比FRANCISCO方法提高了5%—20%,相比HU方法提高5%—13%。即使噪声水平最高时 $\delta = 30$ mm,本文方法的有效解概率仍然保持96%,表现更强的抗噪声干扰能力。



(a) The proportion of valid solution under different number of checkboards

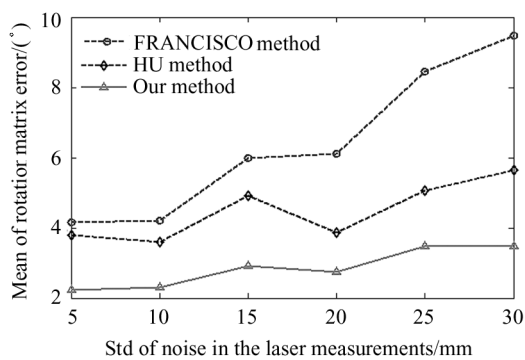


(b) The proportion of valid solution under variance of laser noise

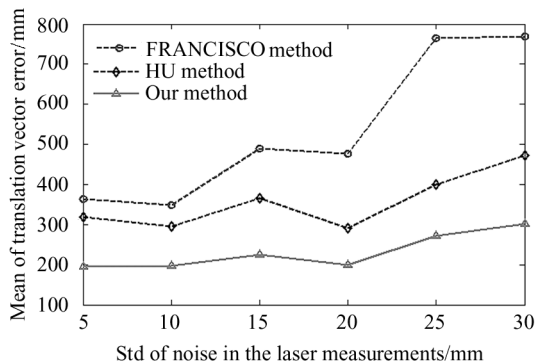
图6 3种方法的有效解概率对比分析

Fig. 6 Comparison of three methods of the valid solution proportion

2) 对不同噪声水平下的3种算法进行了性能比较。实验中将激光数据加上高斯噪声,噪声方差从5—30 mm不等。实验中棋盘格输入个数为6,每个噪声水平下均独立进行了100次实验。误差均值分析结果见图7,根据误差均值发现在不同噪声水平下,本文方法相较于FRANCISCO方法提高了46%—63%的旋转矩阵角度精度和170—430 mm的平移向量距离精度,相较于HU方法提高了41%—47%的旋转矩阵角度精度和120—170 mm的平移向量距离精度。



(a) Mean of rotation matrix error



(b) Mean of translation vector error

图7 不同噪声水平下的误差均值比较

Fig. 7 Comparison of calibration mean error under different level of laser noise

图8为误差分布分析,可以看出,相比较其他方法,本文标定方法的精度保持较好的稳定性,大大减缓了量测噪声引起的解缺失问题。即使在较高噪声方差30 mm下,本文标定结果保持较高精度,明显提高了噪声干扰下的鲁棒性。

3) 评估3种算法在不同的棋盘格输入个数下的性能。将棋盘格输入个数限定在3—8个之间,并在每个输入个数下对添加方差 $\delta = 20$ mm高斯噪声的激光数据进行了100次独立实验。通过比较误差均值和误差分布,评估了3种算法在不同棋盘格输入

个数下的表现。图 9 为误差均值分析,可以看出,相比于 FRANCISCO 方法和 HU 方法,本文方法的旋转矩阵精度分别提升 60%—72% 和 30%—43%,平移向量精度至少提高了一个量级。特别是棋盘格个数为 3 时,相比于 FRANCISCO 方法和 HU 方法,本文方法的旋转矩阵精度分别提升了 44° 和 7°, 平移向量精度分别提高了 9 m 和 0.5 m,性能提高显著。图 10 为误差分布分析,从图 10(a)可以看出,本文方法的旋转矩阵误差分布在一个更小的范围内,标定结果基本上都在有效解的范围内,数值稳定性更好。从图 10(b)可以看出,本文方法的平移向量误差比其他方法集中在一个更小的范围内,没有出现误差很大的奇异解,并且随着棋盘格个数增加误差逐渐变小。

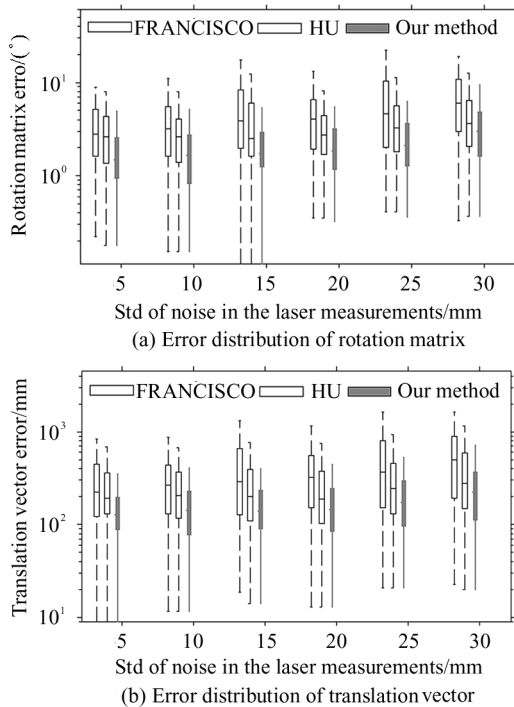
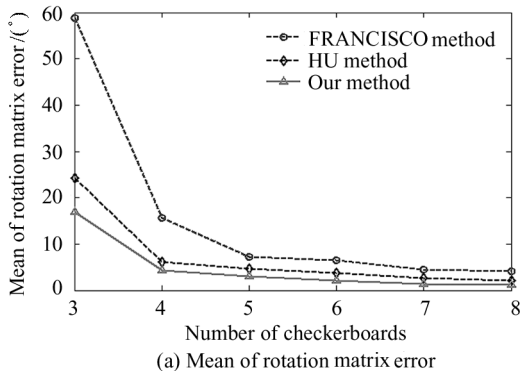
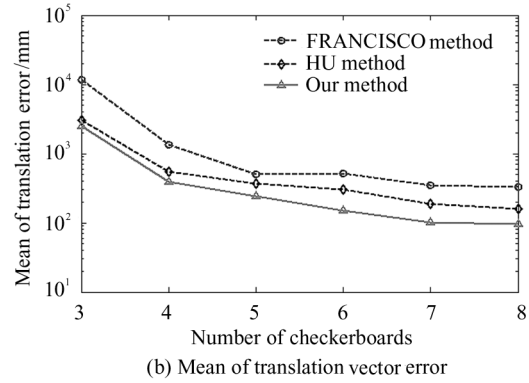


图 8 不同噪声水平下误差值分布比较

Fig. 8 Comparison of calibration error distribution under different level of laser noise



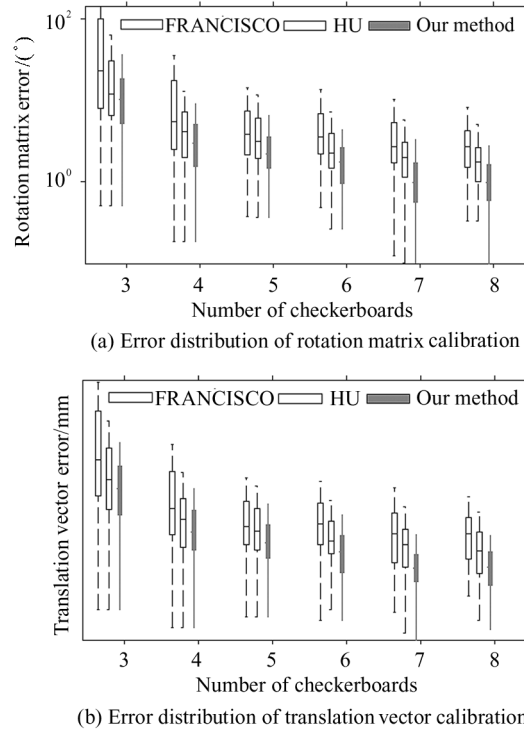
(a) Mean of rotation matrix error



(b) Mean of translation vector error

图 9 不同棋盘格输入个数下的误差均值比较

Fig. 9 Comparison of calibration mean error under different number of checkerboards



(b) Error distribution of translation vector calibration

图 10 不同棋盘格输入个数下误差分布比较

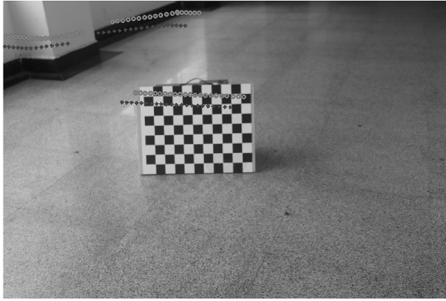
Fig. 10 Comparison of calibration error distribution under different number of checkerboards

3.2 真实实验

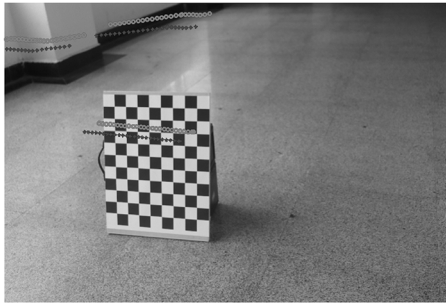
实验中采用的激光雷达是上海思岚科技公司的 RPLIDAR A2M8 单线扫描激光雷达,可以在 2D 平面的 16 m 半径范围内进行 360° 全方位的激光测距扫描,最高可达 0.225° 的角度分辨率。采用的摄像机是 Canon EOS 200 D,图像分辨率设置为 6 000 × 4 000 pixel。

在分别使用本文方法和文献[5]FRANCISCO 方法对 4 个棋盘格标定后,将激光点映射到图像上。如图 11 所示,星号标记代表使用 FRANCISCO 方法

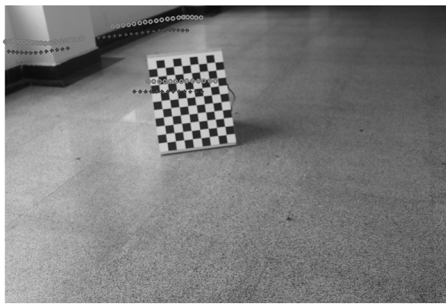
的映射结果^[5],圆圈标记代表本文方法的映射结果。明显可以看出,由于实验是在教学楼的走廊上进行的,真实实验中两边的激光扫描点是在走廊墙面上的。用本文算法的投影结果符合真实情况,而 FRANCISCO 方法的投影结果有较多的奇异点投影到地面,与真实情况不太符合。



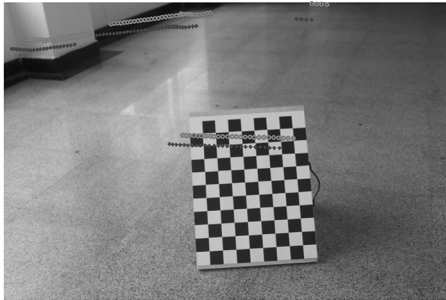
(a) Projection result of laser point in the first image



(b) Projection result of laser point in the second image



(c) Projection result of laser point in the third image



(d) Projection result of laser point in the fourth image

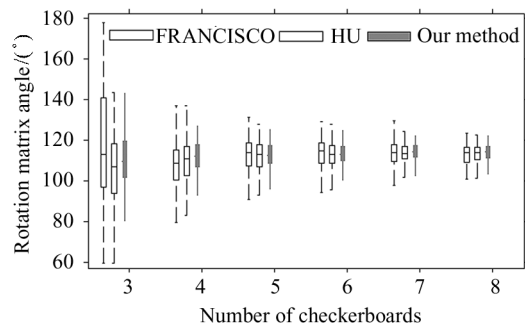
图 11 激光点在图像上进行投影,圆圈为本文方法的结果和 * 为 FRANCISCO 方法^[5]的结果

Fig. 11 The laser point is projected on the image by using extrinsic calibration result of our method (circles) and FRANCISCO's algorithm (crosses)

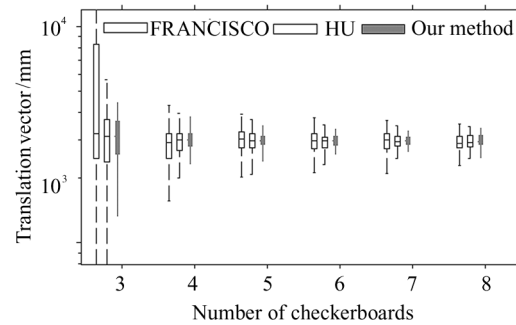
为了精确测试真实实验中的算法性能,使用外参数结果的分布状态来分析算法性能。分别在不同的输入个数下进行了 50 次实验。利用参数 θ_R 和 μ_t 对真实实验结果进行定量分析,如式(24)所示:

$$\begin{cases} \theta_R = \frac{180}{\pi} 2 \arcsin\left(\frac{R_{Fro}}{2\sqrt{2}}\right) \\ \mu_t = t \end{cases} \quad (24)$$

如图 12 所示,棋盘格输入个数设置为 3—8,与 FRANCISCO 方法和 HU 方法相比,本文方法的旋转矩阵和平移向量分布范围更小,更接近真实值,并且很少出现脱离真实值很远的异常值,具有更好的稳定性。



(a) Distribution of rotation matrix angle



(b) Distribution of translation vector magnitude

图 12 真实实验外参数标定结果分布示意图

Fig. 12 Schematic the distribution of external parameter calibration results in real experiment

4 结 论

本文提出了一种稳定的最小解标定方法,提高了标定结果的稳定性。主要贡献有:1) 增强噪声扰动下解的稳定性。提出了基于 PST 算法的外参数求解方法。相比较基于多项式特征值的外参数求解方法,该方法降低了顶点求解顺序对解精度的影响,并利用 P3P 问题的多项式极值点获取缺失解的近似值,保持解的稳定性;2) 提高了标定结果的精度。提出基于两类激光点区分约束的误差度量模型,提高了误差度量模型的准确性,为最优解选择提供了

更可靠的度量指标,提高了解的精度。

通过仿真实验和真实实验,在有效解概率和标定精度上本文方法有明显提高。相比于 FRANCISCO 方法和 HU 方法,在不同棋盘格个数下,本文方法的有效解概率提高了 7%—69% 和 2%—41%,旋转矩阵精度分别提升 60%—72% 和 30%—43%,平移向量精度至少提高了一个量级。相比于 FRANCISCO 方法和 HU 方法,本文方法在不同噪声方差下的有效解概率分别提升 5%—20% 和 5%—13%,旋转矩阵精度提高了 46%—63% 和 41%—47%,平移向量精度提高了 170—430 mm 和 120—170 mm。

未来工作考虑将更多考虑基于平面参照物的自标定方法,提高标定的实用性和对环境的适应性。

参考文献:

- [1] SAKTHIVEL P, ANBARASU B. Integration of vision and lidar for navigation of micro aerial vehicle[C]//2020 Third International Conference on Multimedia Processing, Communication & Information Technology (MPCIT), December 11-12, 2020, Shivamogga, India. New York: IEEE, 2020:14-18.
- [2] WANG Z S, WU B, Zhang Y, et al. A accurate measurement method of laser total stations based on vision guidance [J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2019, 30(5):503-508.
王占胜,吴斌,张雨,等.基于视觉引导的激光全站仪精确测量方法[J].光电子·激光,2019,30(5):503-508.
- [3] LI Y H, LI H. A collaborative relative localization method for vehicles using vision and lidar sensors[C]//2020 16th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), December 13-15, 2020, Shenzhen, China. New York: IEEE, 2020:281-286.
- [4] ZHANG Q L, PLESS R. Extrinsic calibration of a camera and laser range finder (improves camera calibration) [C]//IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, (IEEE Cat. No. 04CH37566), September 28-October 2, 2004, Sendai, Japan. New York: IEEE, 2004: 2301-2306.
- [5] FRANCISCO V, JOAOP B, URBANO N. A minimal solution for the extrinsic calibration of a camera and a laser-rangefinder[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(11):2097-2107.
- [6] HU Z Z, ZHAO B, LI N, et al. Minimal solution to extrinsic calibration of camera and 2d laser rangefinder based on virtual trihedron [J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(11):1951-1960.
胡钊政,赵斌,李娜,等.基于虚拟三面体的摄像机与二维激光测距仪外参数最小解标定新算法[J].自动化学报,2015,41(11):1951-1960.
- [7] PENG M, WAN Q, CHEN B F, et al. A calibration method of 2D lidar and a camera based on effective lower bound estimation of observation probability [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2022, 44(7):2478-2487.
彭梦,万琴,陈白帆,等.基于观测概率有效下界估计的二维激光雷达和摄像机标定方法[J].电子与信息学报,2022,44(7):2478-2487.
- [8] DONG W, ISLER V. A novel method for the extrinsic calibration of a 2d laser rangefinder and a camera[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(10):4200-4211.
- [9] ITAMI F, YAMAZAKI T. A simple calibration procedure for a 2d lidar with respect to a camera[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(17):7553-7564.
- [10] FAN J, HUANG Y, SHAN J, et al. Extrinsic calibration between a camera and a 2d laser rangefinder using a photogrammetric control field[J]. Sensors, 2019, 19(9):2030-2052.
- [11] HU Z, LI Y, LI N. Extrinsic calibration of 2-d laser rangefinder and camera from single shot based on minimal solution[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, 65(4):915-929.
- [12] PENG P, GENG K K, YIN G D, et al. Automatic recalibration of camera and lidar using sensor fusion odometry [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(20):206-214.
彭湃,耿可可,殷国栋,等.基于传感器融合里程计的相机与激光雷达自动重标定方法[J].机械工程学报,2021,57(20):206-214.
- [13] HORN B K P, HILDEN H M, NEGAHDARIPOUR S. Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1988, 5(7):1127-1135.
- [14] LI S Q, XU C. A stable direct solution of perspective-three-point problem. [J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2011, 25(5):627-642.
- [15] PENG M, CHEN B F, DENG Z J, et al. Multi solution selection and parameter optimization for minimum solution calibration of 2d laser radar and camera[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(7):89-97.
彭梦,陈白帆,邓作杰,等.2D激光雷达和摄像机最小解标定的多解筛选及参数优化[J].仪器仪表学报,2021,42(7):89-97.

作者简介:

彭梦 (1978—),男,湖南株洲人,博士,讲师,主要从事多传感器融合及视觉跟踪方面的研究。