DOI:10.16136/j.joel.2023.05.0323

基于激光衍射的液体物性参数测量实验装置研制

高 芃1,杨国鑫1,杜 纪1,姜宇辰1,崔永烨1,李文华1,2*

(1. 南开大学物理科学学院,天津 300071; 2. 南开大学基础物理国家级实验教学示范中心,天津 300071)

摘要:液体毛细波的波矢和振幅反映了液体的表面张力以及粘滞特性,将表面波等效为反射型光栅,其波矢和振幅可通过一束激光的衍射信号测得,从而得到液体的表面张力系数和粘滞系数。 基于此原理,文中搭建了光学测量液体表面张力系数和粘滞系数的实验教学装置。装置通过引 入频率可调的机械振子以及 PID(proportion integral differential)温控模块,实现了变参数测量;对 衍射光斑信号使用了边缘探测和类"质心"算法以确定光斑的中心位置和光斑强度,测量了不同 温度的水以及不同浓度的酒精的表面张力系数和粘滞系数,验证了实验装置的精确性,表明该装 置适合于实验教学推广。

关键词:毛细波;表面张力系数;粘滞系数;激光衍射 中图分类号:O4-33 文献标识码:A 文章编号:1005-0086(2023)05-0508-08

Development of experimental device for measuring liquid physical parameters based on laser diffraction

GAO Peng¹, YANG Guoxin¹, DU Ji¹, JIANG Yuchen¹, CUI Yongye¹, LI Wenhua^{1,2*} (1. School of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China; 2. National Demonstration Center for Experimental Physics Education, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract: The wave vector and amplitude of capillary wave reflect the surface tension and viscosity characteristics of liquid. The surface wave is equivalent to a reflective grating, its wave vector and amplitude can be measured by the diffraction signal of a laser beam, so as to obtain the surface tension coefficient and viscosity coefficient of liquid. Based on this principle, a set of experimental teaching device for optical measurement of liquid surface tension coefficient and viscosity coefficient is developed. The device realizes variable parameter measurement by introducing mechanical vibrator with adjustable frequency and proportion integral differential (PID) temperature control module. The edge detection and "centroid" like algorithm are used to determine the center position and intensity of the diffraction spot signal. The surface tension coefficient and viscosity coefficient of water at different temperatures and of alcohol at different concentrations are measured. The accuracy of the experimental device is verified, and it is suitable for promotion in experimental teaching.

Key words: capillary waves; surface tension coefficient; viscosity coefficient; laser diffraction

0 引 言

液体的物性参数有密度、比热容、沸点、膨胀 系数、表面张力系数和粘度等,其中表面张力系数 和粘度与液体的动力学和静力学性质息息相关, 对其进行精确的测量在实际应用及教学上均有着 重要的意义。本文对全国 40 所高校开展的有关 这两种参数测量的实验课程情况调研,结果显示 同时开设两种实验的高校有11 所,占比为 27.5%,只开设粘滞系数测量的高校有10 所,只

^{*} E-mail:liwenhua@nankai.edu.cn

收稿日期:2022-05-26 修订日期:2022-06-04

基金项目:国家基础科学人才培养基金项目(J1210027)、教育部基础学科拔尖学生培养试验计划、2020 高等学校教学研究项目 (DJZW202010hb)、港澳与内地高等学校师生交流计划项目(202111120070)、南开大学物理基地能力提高项目(J11032 08)和南开大学"四新"专业课程改革项目资助项目

开设表面张力系数测量的高校有 11 所,有 8 所高 校未开设相关实验。其中开设的表面张力系数测 量实验多采用拉脱法^[1,2],粘滞系数测量实验多为 落球法^[3]。这使得实验装置同质化、实验报告形 式单一且授课方式和内容也单一。

基于此种情况,本文基于激光在液体毛细波 上的衍射作用,设计搭建了一种可同时对液体的 表面张力系数和粘滞系数进行测量的实验教学装 置。该装置将动力学法测量液体物性参数引入课 堂,具有较高的精度,使学生能够了解到流体表面 波的产生及特征。仪器装置集成了激光衍射、频 率调节、温度调节、实时测量等功能,各功能模块 可自由组装于一块 30 cm×90 cm 的光学平板上, 具有很强的综合性和较高的操作灵活性。利用计 算软件编写的数据处理程序可实现实验结果的自 动处理也可以开源供学生自主修改。该作品获得 了 2021 年全国大学生物理实验竞赛创新赛一等 奖。本文主要介绍了将该装置用于水质样品的表 面张力系数及粘滞系数的测量。

1 原理背景

1.1 液体毛细波

液体表面波是在重力和表面张力共同作用下形成的表面结构,当表面张力占主导作用时,一般称为毛细波。在垂直液体表面放置一周期运动机械振子,当振子振幅不大时,液面在振子的带动下会形成竖直方向的振动,此时毛细波竖直方向的振幅可表示为:

$$H(x,t) = h_0 \sin(\omega t - kx)$$
, (1)
式中, h_0 为振源处的液面振幅, ω 为振源的角频率, k
为毛细波波矢。小振幅振动的自由液面可利用线性
纳维-斯托克斯模型进行分析,此时存在色散关
系^[4,5]:

$$[\gamma k^{3} + \rho g k + i \eta \omega k (k+m) \rho \omega^{2}] \cdot [\epsilon k^{2} + i \eta \omega (k+m)] + \omega^{2} \eta^{2} k (k-m)^{2} = 0 , \qquad (2)$$

式中, $m = k \sqrt{1 + i\omega\rho/\eta k^2}$, y 为表面张力系数, ρ 为 液体密度, η 为粘滞系数, ϵ 为复曲面膨胀模量。对于 低粘度液体,可以认为 $\epsilon = 0$, 而考虑到波的衰减, 对 形如式(1)的表面波可以认为 $k = k_0 + i\alpha$, 即存在空 间阻尼项, 此时振幅 $h(x) = h_0 e^{-\alpha x}$, 在忽略重力项和 高阶项时, 可以得到:

$$\alpha = \frac{4\,\eta\omega}{3\gamma}\,,\tag{3}$$

可以分析得到,液体的粘滞系数与表面波的振幅衰 减系数相关。

在液体表面形变不大的情况下,液体表面的压强差可以表示为^[6]:

$$p - p_0 = -\gamma \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right) , \qquad (4)$$

式中, p₀ 为恒定的外部压强, p 为液体表面附近的压强, 同时满足:

$$p = -\rho \,\frac{\partial \varphi}{\partial t} \,, \tag{5}$$

式中, φ 为速度势。可以利用关系 $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial H}{\partial t}$ 等,得到 势函数的边界条件,即在 z = 0 处,有:

$$\rho g \, \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \rho \, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \gamma \, \frac{\partial}{\partial z} \nabla^2 \varphi = 0 \,, \qquad (6)$$

而对于沿 x 轴传播的平面波:

$$\varphi = A e^k \cos(kx - \omega t) \,\,. \tag{7}$$

将上式代入式(6)中,并忽略重力项,可得到振 动频率 ω 与表面张力系数间的色散关系:

$$\omega^2 = \frac{\gamma k^3}{\rho} \,. \tag{8}$$

1.2 激光在毛细波上的衍射

考虑一束波长为λ的激光照射到液体表面时,毛 细波可视为一反射型光栅,对入射激光的相位进行 调制,原理示意图如图1所示。



图 1 激光衍射法原理示意图 Fig. 1 Schematic diagram of the principle of laser diffraction

可以证明,经毛细波衍射后,接收屏上衍射光的 强度分布可表示为^[7-9]:

$$I(x') = \sum_{n} J_{n}^{2} \left(\frac{4\pi h \cos\theta}{\lambda}\right) \delta\left(\frac{x'}{\lambda L} - \frac{n}{\Lambda \cos\theta}\right) , \quad (9)$$

式中,*x*′为以衍射光斑零级所在位置为原点的空间位 置坐标,*L* 为激光入射点距接收屏的水平距离,*H* 为 液面与衍射零级的垂直距离,则入射激光与液面的 夹角 θ = arctan(*H*/*L*)。其中式(9)右边第一个因子 J_n为第一类贝塞尔函数,右边第二个因子为δ函数。 方程(9)的第二项决定了衍射光斑的空间位置,即 $\frac{x'}{\lambda L}$ = $\frac{n}{\Delta \cos \theta}$,由此可以得到表面波的波长 *A* 与衍射光斑 间距的关系为:

$$d = x'_{n+1} - x'_{n} = \frac{\lambda L}{\Delta \cos \theta} \,\,. \tag{10}$$

则可以得到表面波波矢:

$$k = \frac{2\pi d\cos\theta}{\lambda L} \,. \tag{11}$$

由式(8)和式(11)可知,测得特定振动频率 ω 下 衍射光斑的间距 d、距离 L、入射角度 θ ,即可得到液 体的表面张力系数 γ 。

由式(9)的第一项可知,衍射光斑强度关系与毛 细波振幅 h 相关,则可通过各级次光斑的强度比来 反推毛细波振幅大小。再通过各处的振幅拟合得到 振幅的衰减系数α,从而由式(3)得到液体的粘滞 系数。

2 实验装置与方法

实验装置如图 2 所示,整体包含激光光源(波长 632.8 nm,位置可调)、机械振子(外接信号发生器)、 温控模块、水槽、信号采集系统(光屏或电耦合器件 (charge coupled device,CCD))等。所有自由组装模 块被固定于一 30 cm×90 cm 的光学平板上。其中 温控模块基于 STM32 单片机,通过 PID 控制法对半 导体温控片(thermoelectric cooler,TEC)实施控温。 为了得到较好的控温效果,本文根据自主设计的放 大电路增加了一块功率放大电路板,实物如图3 所示。



Fig. 2 Experimental device: (a) Structure diagram; (b) Real picture





图 3 控温模块功率放大电路板: (a)实物图;(b)线路图 Fig. 3 Power amplifier circuit board of temperature

control module: (a) Real picture; (b) Circuit diagram

整体控温流程如图 4 所示,当测温探头 (DS18B20)连接到水槽(温控区域),测温探头将液体 温度转化为数字信号输入到单片机中,单片机通过 预先写入的温控程序,生成输出信号到功率放大电 路,功率放大电路驱动封装到液槽底部的 TEC 工 作,实现对液槽液体温度的控制。可控温的液槽是 借助实验室废置的超声波清洗装置外壳,将 TEC 和 散热模块固定在外壳的底部,并将控温线引出。控 温和测温通过单片机系统控制,测温结果实时反馈 显示在液晶屏上,通过按钮设定 TEC 模块控制水 温,使液体温度固定在特定温度下。

测量时,首先调节激光器的出射方向,保证主光 轴与激光器的前后移动轴方向平行,通过前后移动 使激光在液面入射点位于合适范围内。打开信号发 生器,调整信号为某一频率和振幅的正弦信号,调节 振子接触液面。振子振动时屏上可看到清晰的衍射 光斑图样。当衍射光斑稳定时,通过 CCD 拍摄光斑 图样,输出图片,为一系列具有不同半径和亮度的圆 形光斑,如图 5 所示。



图 4 控温模块流程图 Fig. 4 Flow chart of temperature control module



图 5 衍射光信号图样 Fig. 5 Signal pattern of diffraction light

3 实验结果与分析

3.1 图像处理

由原理介绍部分可知,所得实验信号为一系列 如图 5 所示的衍射光斑图样,需要通过对衍射光斑 处理来获得光斑间距 d 和光斑强度比值以分别计算 得到液体的表面张力系数和粘滞系数。数据处理主 要包含两个环节:

1) 边界探测

使用梯度算子对图像进行边界探测,从而提取 图像中变化较为突出的边界部分。具体处理过程如 图 6 所示,图 6(a)为原始光斑图样,先对其进行高斯 滤波处理(图 6(b)),再进行二值化处理(图 6(c)),最 后经过边界探测后得到如图 6(d)所示的每个衍射光 斑边界的轮廓,在程序上表现为几个独立的拓扑 图案。

2) 形态学分量的获取

以光斑的中心位置代表各个光斑,即各级光斑 的"质心",得到效果图(如图 7 所示),继而得到各光 斑间距、表面张力系数。

对于粘滞系数,需要对各个光斑中的灰度值进 行求和处理,以得到每一级次的光强信息。实际的 操作中,首先分离出各个级次的光斑,再转化为灰度 图后,即可对处于边界轮廓内的部分求和。



图 6 (a) 原始光斑; (b) 高斯滤波后光斑; (c) 二值化光斑; (d) 边界探测光斑

Fig. 6 (a) Raw spot; (b) Spot after Gaussian filtering; (c) Spot after binarization; (d) Spot after edge detection



图 7 获取质心等形态学分量 Fig. 7 Obtaining morphological components such as centroids

3.2 表面张力系数测量

利用该实验装置本文首先对室温(25 ℃)下的水 的表面张力系数进行了测量。将式(8)两边取对数, 可以得到:

$$\ln\omega = \frac{3}{2}\ln k + \frac{1}{2}\ln\frac{\gamma}{\rho} \ . \tag{12}$$

根据式(12)对不同振动频率下的衍射光斑(如

图 8 所示)进行处理,得到此时振动频率 ω -k 的关系 曲线(图 9),并对其进行拟合得到 25 ℃情况下水的 表面张力系数为 $\gamma = 7.40 \times 10^{-2}$ N/m, 与文献





[10]中的7.21×10⁻²N/m对比,相对误差为e= 2.6%

为了进一步验证实验装置的稳定性,采用与上







at room temperature (25 °C)

述内容相同的操作,对室温下的水的表面张力系数 进行了多次测量,测量结果如表1所示,计算得到水 的表面张力系数平均值为 $\bar{\gamma} = 71.78 \text{ mN/m}$,不确定 度 $\mu_{\gamma} = 0.8 \text{ mN/m}$,与文献[10]中的值相比,相对误 差为一0.50%,可见仪器具有较好的稳定性。

表 1 室温下水的表面张力系数多次测量值

Tab. 1 Multiple measurements of surface tension

coefficient of water at room temperature

Number	1	2	3	4	5
Surface tension coefficient/(mN/m)	74.0	69.6	71.6	71.8	71.9

同时对不同温度下水的表面张力系数进行测 量,得到如图10所示的分布结果。对水表面张力系 数随温度变化进行了拟合,可以发现随着温度的升 高,水的表面张力系数以线性关系下降,这与文献 [11,12]中的变化趋势一致,与文献[10]中的值相 比,误差在 3.4%—13%之间,误差会随着温度的升 高而变大。这可能是由于高温情况下液体的挥发致 使液面高度有所降低,从而使中心光斑高度 H 比实 际值偏小造成的。

在对水的表面张力系数测量得到较准确和稳定的结果后,本文又利用该装置对不同浓度酒精的表面张力系数进行了测量。测量结果如图 11 所示,对数据进行拟合得到乙醇的表面张力系数随其浓度 w 遵循 $\gamma = 6.9e^{-0.016w}$ 变化关系,与文献[13]—[15]中的一致。



图 10 不同温度水的表面张力系数 Fig. 10 Surface tension coefficient of water at different temperatures





3.3 粘滞系数测量

本文又利用该实验装置分别对 23 ℃和 47 ℃情况下水的粘滞系数进行了测量。通过移动激光器来改变入射光斑与振源间的距离,得到不同距离处的衍射光斑信号数据分别如表 2 和表 3 所示。

表 2 23 ℃水粘滞系数测量数据 Tab. 2 Measurement data of viscosity coefficient for water at 23 ℃

Distance from vibration soure/mm	Proportion for diffraction spot intensity between the first order and the zeroth order	Amplitude/ μ m
12.715	1.417	0.454
14.215	1.277	0.443
15.715	1.072	0.424
17.215	0.905	0.405
18.715	0.746	0.383

表 3 47 ℃水粘滞系数测量

Distance from vibration source/mm	Proportion for diffraction spot intensity between the first order and the zeroth order	Amplitude /µm
12.000	0.072	0.403
13.000	0.633	0.384
14.000	0.591	0.376
15.000	0.527	0.362
16.000	0.452	0.343

再由不同位置的振幅拟合得到不同温度下振幅 的衰减系数 α ,如图 12 和图 13 所示。通过拟合得到 的衰减系数根据式(3)得到 23 ℃下水的粘滞系数为 $\eta=9.8\times10^{-4}$ Pa・s,与文献[10]中的值相差 4.2%; 47 ℃下水的粘滞系数为 $\eta=5.7\times10^{-4}$ Pa・s,与文 献[10]中的值相差1.4%。实验值与参考值的偏差 较小。



图 12 23 ℃水的毛细波振幅衰减数据 Fig. 12 Capillary amplitude attenuation data for water at 23 ℃



图 13 47 ℃水的毛细波振幅衰减数据 Fig. 13 Capillary amplitude attenuation data for water at 47 ℃

4 结 论

文章基于表面波的性质,研制出实验教学上较 易实现和操作的光学测量液体物性参数的装置,同 时利用 PID 技术,实现了测量液体的温度控制。全 套装置集成在一块 30 cm×90 cm 的光学平板上,各 模块可自由拼装,结合变参量测量和光斑信号的边 界探测算法使装置能够在较小型的结构设计上保证 测量的精度。本实验装置用于教学可开设的实验内 容涉及液体的动力学特性、激光衍射知识、数字电路 知识、图像处理知识等,具有很好的综合性。各模块 可由学生自主搭建完成,可以很好地锻炼学生的动 手能力。

致谢:

本文实验工作在南开大学物理科学学院公能创 新实验室完成。在实验过程中王槿老师帮助解决了 很多关键问题,特别感谢王槿老师的悉心指导!

参考文献:

[1] HU B,LUO C X. University physics experiments[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2020:63-66.

胡波,罗春霞.大学物理实验[M].武汉:华中科技大学 出版社,2020:63-66.

- [2] WANG Y X, GENG Z G. University physics experiments
 [M]. Beijing: Higher Education Press, 2019:112-115.
 王永祥, 耿志刚.大学物理实验[M].北京:高等教育出版社, 2019:112-115.
- [3] XING K, DING Q. University physics experiments [M]. 2nd ed. Shanghai: Tongji University, 2019:92-96.
 邢凯,丁琦.大学物理实验 [M]. 2版.上海:同济大学出版社, 2019:92-96.
- [4] LEE K Y, CHOU T, CHUNG D S, et al. Direct measurement of the spatial damping of capillary waves at liquid-vapour interfaces[J]. Journal of Physical Chemistry, 1993, 97: 12876-12878.
- [5] SLAVCHOV R I, PEYCHEV B, ISMAIL A S. Characterization of capillary waves: A review and a new optical method[J]. Physics of Fluids, 2021, 33(10):101303.
- [6] LANDAULD,LIFSHITZEM.Course of theoretical physics, volume 6:fluid mechanics[M]. Li Z Translated.5th ed.Beijing:Higher Education Press,2013:274-277.
 列夫•达维多维奇•朗道,叶夫根尼•米哈伊洛维奇•利夫希茨.理论物理学教程,第六卷:流体力学[M]. 李植,译.5版.北京:高等教育出版社,2013:274-277.
- [7] BARIK T K, CHAUDHURI P R, ROY A, et al. Probing liquid surface waves, liquid properties and liquid films with light diffraction [J]. Measurement Science and Technology, 2006,17(6):1553.

- [8] TUMMINO A. Spreading of macromolecules at the air/ water interface[D]. Budapest: Eötvös Loránd Unviversity HNL laboratoires Institute of Chemistry, 2018.
- [9] YUE S, KATABI D. Liquid testing with your smartphone [C]//Proceedings of the 17th Annual International Conference on Mobile Systems, Applications, and Services, June 17-21, 2019, Seoul, Korea. New York: Association for Computing Machinery, 2019; 275-286.
- [10] YAO Y B, XIE T, GAO Y M. Handbook of physics and chemistry[M]. Shanghai: Shanghai Science & Technology Press, 1985:571.
 姚允斌,解涛,高英敏.物理化学手册[M].上海:上海科 学技术出版社, 1985.571.
- [11] KALOVA J, MARES R. The temperature dependence of the surface tension of water [C]//AIP Conference Proceedings, 17th Conference of Power System Engineering, Thermodynamics and Fluid, June 13-14, 2018, Pilsen, Czech Republic. New York: AIP Publishing LLC, 2018, 2047(1):020007.
- [12] KOU H, LI W, ZHANG X, et al. Temperature-dependent coefficient of surface tension prediction model without ar-

bitrary parameters[J]. Fluid Phase Equilibria, 2019, 484: 53-59.

- [13] BAGHERI A,FAZLI M,BAKHSHAEI M. Surface properties and surface thickness of aqueous solutions of alcohols [J]. Journal of Molecular Liquids,2016,224:442-451.
- [14] PHAN C M. The surface tension and interfacial composition of water/ethanol mixture [J]. Journal of Molecular Liquids, 2021, 342:117505.
- [15] KHOSHARAY S,TOURANG S,TAJFAR F. Modeling surface tension and interface of (water+ methanol),(water + ethanol),(water+ 1-propanol), and (water+ MEG) mixtures[J]. Fluid Phase Equilibria,2017,454;99-110.

作者简介:

李文华 (1987-),女,博士,实验师,主要从事非线性光学、物理实验 教学方面的研究.